

ÚLOHY ROZVÍJAJÚCE KOMBINATORICKÉ MYSLENIE

KATARÍNA DRLIČKOVÁ

ABSTRAKT

V tejto práci som sa zamerala na úlohy rozvíjajúce kombinatorické myslenie. Zadania úloh som vybrala z učebníc matematiky pre 7. ročník a Pomocníka z matematiky pre 7. ročník. Práca je rozdelená na tri časti. V každom príklade som určila stupeň kombinatorického myslenia a kombinatorickú situáciu. Príklady sme riešili v temetickom celku . Kombinatorika. V prvej časti žiaci riešili jednoduché úlohy na zopakovanie spôsobov riešenia. V druhej časti riešili žiaci zadané úlohy ľubovoľným spôsobom. O riešeníach sme spoločne diskutovali a analyzovali vzniknuté chyby. V tretej časti mali žiaci súbor úloh, ktoré riešili spoločne v skupine po štyroch. Riešili samostatne bez pomoci učiteľa. Na nasledujúcej hodine deti po skupinách prezentovali svoje riešenia. Po prezentácii nasledovala diskusia.

ÚVOD

„Prečo je vhodné zaradiť kombinatoriku do vyučovania matematiky? V prvom rade je to jej atraktivnosť. Mnoho problémových situácií môže byť zaujímavých pre žiakov a zároveň im poskytnúť možnosť skúmania a objavovania. Po druhé: dajú sa v nej nájsť aktivity vhodné pre výborných žiakov, ale ja také, ktoré sú primerané pre žiakov nie veľmi úspešných v matematike. Po tretie je to prístupnosť“ (Scholtzová ,23).

„ Kombinatorické myslenie je budované na schopnosti organizovať prvky množiny do prehľadných tabuliek, grafov, schém a zoznamov“ (Hejný , 1989). V kombinatorike sa procesuálny prístup výrazne líši od konceptuálneho prístupu. Pri procesuálnom prístupe sa začína náhľadom do kombinatorickej situácie a ďalej sa pokračuje jeho postupným organizovaním. Konceptuálny prístup spočíva v pochopení známych vzorcov pre jednotlivé typy kombinatorických skupín(Hejný, 2001).

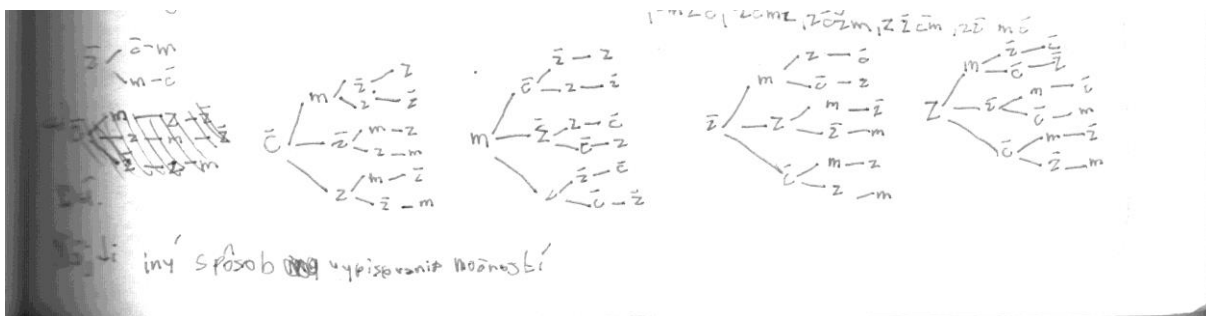
Ja ako žiak som prešla cez konceptuálny spôsob vyučovania matematiky a stretla som sa s ňou až na strednej škole. Týmto bol poznamenaný aj môj vzťah ku kombinatorike, a preto som sa rozhodla so svojimi žiakmi riešiť kombinatoriku procesuálnym spôsobom. Príklady som nevytvárala nové, ale využili sme učebnice a zbierky dostupné žiakom.

PRVÁ ČASŤ

Úloha 1

Máme 4 rôzne farebné guľky (červenú, modrú, žltú a zelenú). Usporiadaj ich do jedného radu, ak: a) máme len dve guľky – červenú a modrú, b) tri guľky – červenú, modrú a žltú, c) všetky štyri guľky.

a.) $\check{c}, m \rightarrow \check{c}, m = m\check{c}$
 b.) $\check{c}, m, \check{z} \rightarrow \check{c}, m, \check{z} - \check{c}, \check{z}, m - \check{z}, m, \check{c} - \check{z}, \check{c}, m - m, \check{c}, \check{z} - m, \check{z}, \check{c}$
 c.) $\check{c}, m, \check{z}, \check{z} \rightarrow \check{c}, m, \check{z}, \check{z} \quad m, \check{c}, \check{z}, \check{z} \quad \check{z}, \check{z}, \check{c}, m \quad \check{z}, \check{z}, m$
 $\check{c}, m, \check{z}, \check{z} \quad m, \check{c}, \check{z}, \check{z} \quad \check{z}, \check{z}, m, \check{c} \quad \check{z}, \check{z}, \check{c}, m$
 $\check{c}, \check{z}, \check{z}, m \quad m, \check{z}, \check{c}, \check{z} \quad \check{z}, m, \check{z}, \check{c} \quad \check{z}, \check{c}, m$
 $\check{c}, \check{z}, m, \check{z} \quad m, \check{z}, \check{z}, \check{c} \quad \check{z}, m, \check{c}, \check{z} \quad \check{z}, \check{c}, m$
 $\check{c}, \check{z}, m, \check{z} \quad m, \check{z}, \check{z}, \check{c} \quad \check{z}, \check{c}, \check{z}, m \quad \check{z}, m$
 $\check{c}, \check{z}, \check{z}, m \quad m, \check{z}, \check{c}, \check{z} \quad \check{z}, \check{c}, m, \check{z} \quad \check{z}, m$



Obrázok 1 Žiacke riešenia úlohy 1

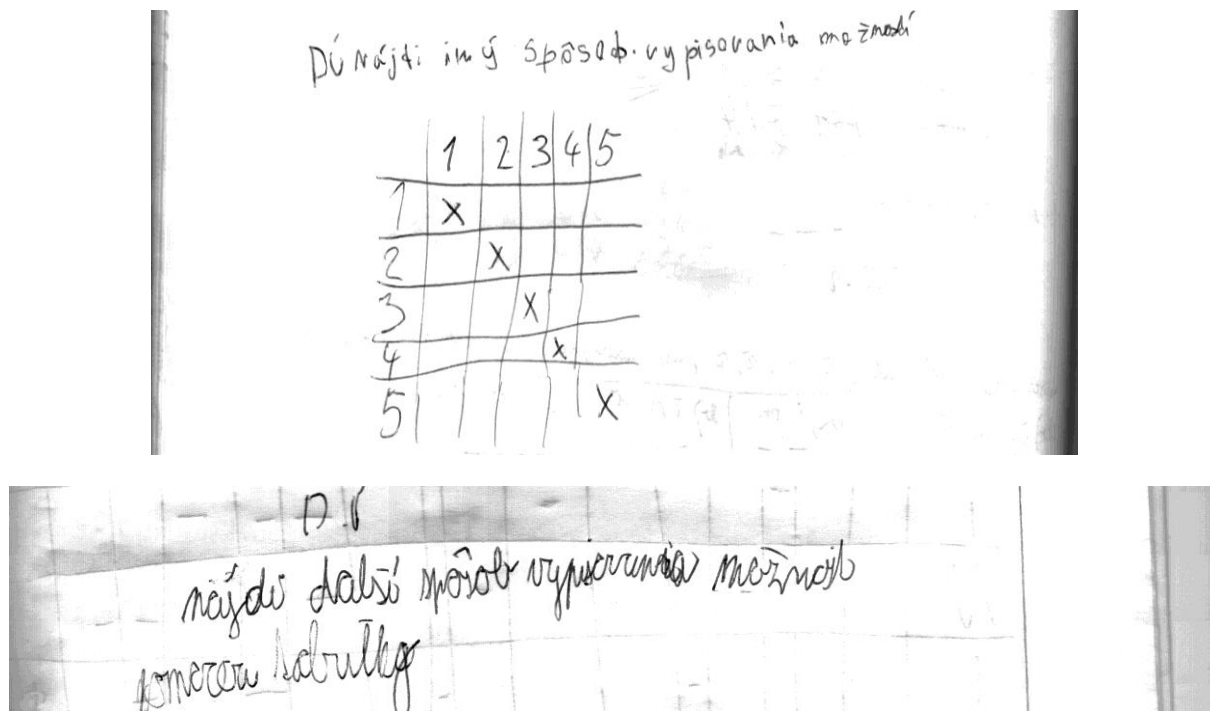
Bázová množina **B**: guľky, pracovná množina **M** : a) dvojice, b) trojice, c) štvorce, strategický princíp **Φ** : a) čm, mč...., b) čmž, čžm....c) čmžž....

Úroveň myslenia : 2 . Úlohu 1 žiaci vyriešili bez chýb.

DÚ: Nájst iný spôsob vypisovania možností tejto úlohy

Riešenia:

DÚ. NAJDI ĎALŠÍ SPÔSOB VYPISOVANIA MOŽNOSTÍ
 NEVIEM



Obrázok 2 Žiacke riešenia domácej úlohy

Úloha 2

Z ôsmych detí treba vybrať dve, ktoré pôjdu urobiť reportáž na výstave. Vie sa, že z trojice Petra, Ondrej a Mária pôjde nanajvýš jeden. Zistite, koľko možností máme na výber.

Úlohu 2 sme prevzali z Matematika pre 7.ročník ZŠ a 2. Ročník gymnázií s osemročným štúdiom(2011, s. 20).

Cvičenie

P1	O1	M1	1-2	2-3	3-4	4-5
P2	O2	M2	1-3	2-4	3-5	
P3	O3	M3	1-4	2-5		
P4	O4	M4	1-5			
P5	O5	M5				

25 možností

$P_1, O_1, M_1, 1, 2, 3, 4, 5$
 $P_1; P_2, P_3, P_4, P_5$ $1, 2, 13, 14, 15$
 O_1, O_2, O_3, O_4, O_5 $2, 3, 24, 25$
 M_1, M_2, M_3, M_4, M_5 $24, 34, 35, 45$

2013	A B C D E F O M	1 2 3 4 5 P O M	
A	AB	12 23 34 45 5P	5P
	AC	13 24 35 4P 5O	5O
	AD	14 25 3P 4O 5M	5M
	AE	15 2P 3O 4M	
	AP	1P 2O 3M	
		1O 2M	<u>25</u>
		1M *	

Cvičenie
 2013

P, O, M, K, A, B, C, D

KA, KB, KC, KD	PK, PA, PB, PC, PD	<u>25</u>
AB, AC, AD	OK, OA, OB, OC, OD	
BC, BD	MK, MA, MB, MC, MD	
DC		

1
2015

Obrázok 3 Žiacke riešenia úlohy 2

B: 8 detí, **M:** dvojice detí, **Φ:** P1,P2,P3,.....O1,O2,.....

Úroveň myslenia : 3. Žiaci robili chyby z nepozornosti, vytvorili dvojicu Ondrej – Mária.

Úloha 3

Z ôsmich detí medzi ktorými je 5 dievčat, treba vybrať dve deti, ktoré pôjdu na debatnú súťaž. Vie sa, že vo vybranej dvojici môže byť najviac jedno dievča. Koľko možností máme na výber?

Úlohu 3 sme prevzali z Matematika pre 7.ročník ZŠ a 2. Ročník gymnázií s osemročným štúdiom(2011, s. 21).

D1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
D2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
D3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
D4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
D5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
ch1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
ch2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
ch3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

24/2

C2																			
D1																			28
D2																			
D3																			
D4																			
D5																			
C1																			
C3																			

Obrázok 4 Žiacke riešenia úlohy 3

B: 8 detí , **M:** dvojice detí , **Φ:** D1CH1,D1CH2,.....

Úroveň myslenia : 3. Úloha vyriešená bez chýb.

Úloha 4

Z ôsmych detí medzi ktorými je 5 dievčat, treba vybrať dve deti, ktoré budú svoju triedu zastupovať v žiackom parlamente. Vie sa, že Petra aj Mária budú so svojim výberom súhlasiť len vtedy, keď druhý vybraný bude chlapec. Koľko možností máme na výber?

Úlohu 4 sme prevzali z Matematika pre 7.ročník ZŠ a 2. Ročník gymnázií s osemročným štúdiom(2011, s. 21).

Petrov	D 1	16, 17, 18, 26, 27, 28, 34, 35, 45, 67, 68, 78, 26, 37, 38, 46, 47, 48, 56, 57, 58
Mária	D 2	
	D 3	
	D 4	
	D 5	
	CH 6	
	CH 7	
	CH 8	

21

P	P-4, P-5, P-6
M	M-4, M-5, M-6
D1	1-2, 1-3, 1-4, 1-5, 1-6
D2	2-3, 2-4, 2-5, 2-6
D3	3-4, 3-5, 3-6
CH 4	4-5, 4-6
CH 5	5-6
CH 6	

21 možnosti

P		21/7
M	32, 37, 3C, 3B, 3A, 3M, 3P	
A	21, 20, 2B, 2A, 2M, 2P, 20	
B	1C, 1B, 1A, 1M, 1P	
C	CB, CA	
1	BA	
2		
3		

Obrázok 5 Žiacke riešenia úlohy 4

B: 8 detí, **M:** dvojice detí, **Φ:** D1CH1,D1CH2,....

Úroveň myslenia : 3. Chyby nastali pri vypisovaní, podmienky vzťahli na všetky dievčatá, nielen na Petru a Máriu.

DRUHÁ ČASŤ

Úloha 5

a) V krajine Fourland majú iba štyri písmená F, O, U, R a každé slovo má práve štyri písmená. V žiadnom slove sa nesmie opakovať ani jedno písmeno. Napíš všetky slová, ktoré sa z nich dajú napísať.

b) V krajine Triland majú iba tri písmená a každé slovo má práve tri písmená. Na rozdiel od Fourlandu, každé písmeno môže byť v jednom slove použité aj viackrát. Napíš všetky slová krajiny Triland. Je ich viac ako vo Fourlande?

c) V krajine Xland majú x písmen a každé slovo má práve x písmen. Na dobrú komunikáciu treba aspoň 2000 slov. Vypočítaj, aké najmenšie môže byť x , ak sa písmená v slovách a) nesmú opakovať, b) môžu opakovať.

Úlohu 5 sme prevzali z Pomocník z Matematiky pre 7.ročník ZŠ a 2. Ročník gymnázií s osemročným štúdiom, 2.časť(2012, s. 57).

1 V krajine Fourland majú iba štyri písmená F, O, U, R a každé slovo má práve štyri písmená. V žiadnom slove sa nesmie opakovať ani jedno písmeno. Napíš všetky slová, ktoré sa z nich dajú u nich napísať.

FOUR	OFUR	RFOU	UFOR
FORU	OFRU	RUFO	UFRO
FROU	ORFU	RUFO	URFO
FRUO	ORUF	RUOF	UROF
FURR	OURF	RUOF	UROF
FURO	OURF	ROFU	UORF

2 V krajine Triland majú iba tri písmená a každé slovo má práve tri písmená. Na rozdiel od Fourlandu, každé písmeno môže byť v jednom slove použité aj viackrát. Napíš všetky slová krajiny Triland. Je ich viac ako vo Fourlande?

AAA	ABC	ABA	BCC	CCB	CCA
AAB	ACC	BBC	BACB	CAB	CCB
AA ^o	ACA	BAA	BCA	CAA	
ABB	ACB	BAB	CCB	CAC	
ABA	BBB	BAC	CCA	CBC	

Ria ara ari, air iri rari!

3 V krajine Xland majú x písmen a každé slovo má práve x písmen. Na dobrú komunikáciu treba aspoň 2000 slov. Vypočítaj, aké najmenšie môže byť x , ak sa písmená v slovách: a) nesmú opakovať, b) môžu opakovať.

a) $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5040 > 2000 = \checkmark$

b) $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120 < 2000 = X$

c) $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120 < 2000 = X$

a) $x = 7$
b) $x = 5$

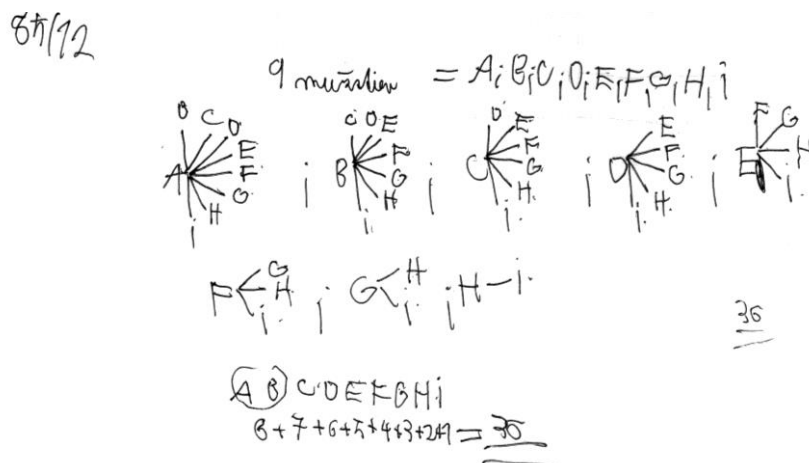
Obrázok 6 Žiacke riešenia úlohy 5

a) **B**: 4 písmená, **M**: štvorice písmen, **Φ**: FOUR, FORU..... b) **B**: 3 písmená, **M**: trojice písmen, **Φ**: AAA, AAB..... c) **B**: písmená, **M**: x -tice písmen, **Φ**: a) 7 – ice, b) 5 – ice. Úroveň myslenia 3.

Úloha 6

Na školskom turnaji sa zúčastnilo 9 družstiev. Hrali každý s každým. Koľko zápasov odohrali?

Úlohu 6 sme prevzali z Matematiky pre 7.ročník ZŠ a 2. Ročník gymnázií s osemročným štúdiom, 1.časť(2010, s. 85).



85/12

9 družstiev - každý s každým 1 zápas. Koľko zápasov

1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9
1-3	2-4	3-5	4-6	5-7	6-8	7-9	
1-4	2-5	3-6	4-7	5-8	6-9		
1-5	2-6	3-7	4-8	5-9			
1-6	2-7	3-8	4-9				36 možností
1-7	2-8	3-9					
1-8	2-9						
1-9							

Obrázok 7 Žiacke riešenia úlohy 6

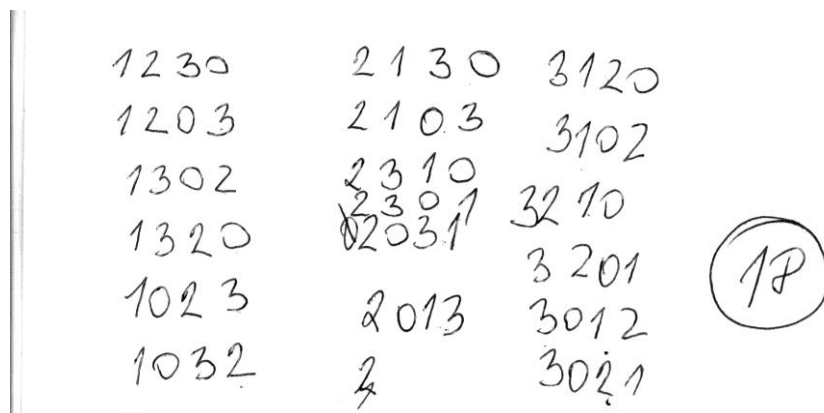
B: 9 družstiev, **M:** dvojice, **Φ:** 1-2, 2-3, Úroveň myslenia 3.

Niektorí žiaci rátali aj s odvetami, preto im vyšiel dvojnásobný výsledok, niektorí zarátali aj možnosť 1 - 1, 2 - 2....

Úloha 7

Napíš všetky štvorciferné čísla z číslic 3, 2, 1 a 0, ak sa číslice nesmú opakovať.

Úlohu 7 sme prevzali z Pomocník z Matematiky pre 7.ročník ZŠ a 2. Ročník gymnázií s osemročným štúdiom, 2.časť(2012, s. 59).



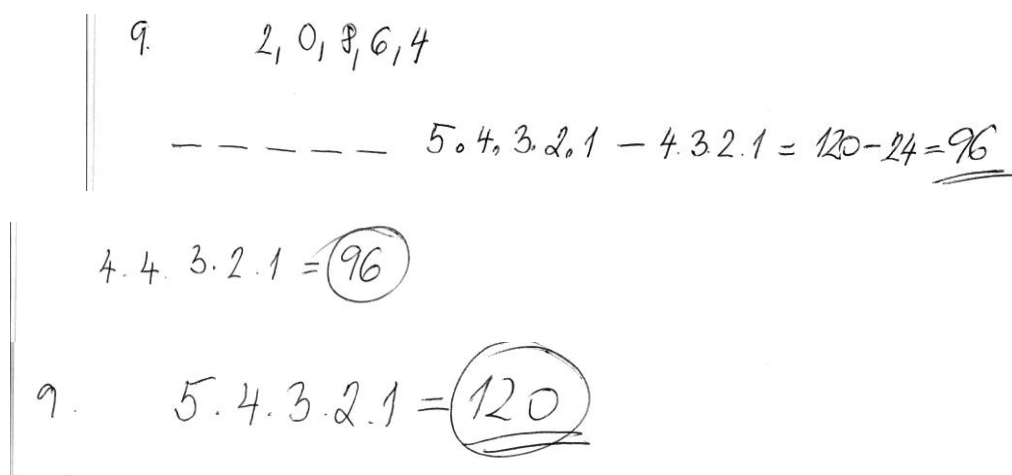
Obrázok 8 Žiacke riešenia úlohy 7

B: cifry 3, 2, 1, 0, **M:** štvorciferné čísla, **Φ** : 1230, 1203Úroveň myslenia 3. Niektorí žiaci zarátali aj možnosti, keď je 0 na začiatku.

Úloha 8

Koľko môžeš vytvoriť päťciferných čísel z číslic 2, 0, 8, 6 a 4, ak sa číslice nesmú opakovať?

Úlohu 8 sme prevzali z Pomocník z Matematiky pre 7.ročník ZŠ a 2. Ročník gymnázií s osemročným štúdiom, 2.časť(2012, s. 59).



Obrázok 9 Žiacke riešenia úlohy 8

B : cifry 2, 0, 8, 6, 4, **M:** 5 – ciferné čísla, **Φ** : 20864,.... Úroveň myslenia 3. Niektorí žiaci zarátali aj možnosti, keď je 0 na začiatku.

Úloha 9

Úlohu 9 sme prevzali z Pomocník z Matematiky pre 7.ročník ZŠ a 2. Ročník gymnázií s osemročným štúdiom, 2.časť(2012, s. 59).

Koľko môžeš vytvoriť trojciferných čísel z číslic 1, 3, 5 a 7, ak sa číslice nesmú opakovať?

$$\begin{array}{l} 10. \quad 1, 3, 5, 7 \\ 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24 \end{array}$$

Obrázok 10 Žiacke riešenia úlohy 9

B : cifry 1,3, 5, 7, **M**: 3 – ciferné čísla, **Φ** : 135, 153,.... Úroveň myslenia 3. Bez chýb.

Úloha 10

Danka si pletie sveter a má na výber vlny siedmych farieb. Koľkými spôsobmi môže vybrať tri farby na rukávy?

Úlohu 10 sme prevzali z Pomocník z Matematiky pre 7.ročník ZŠ a 2. Ročník gymnázií s osemročným štúdiom, 2.časť(2012, s. 63).



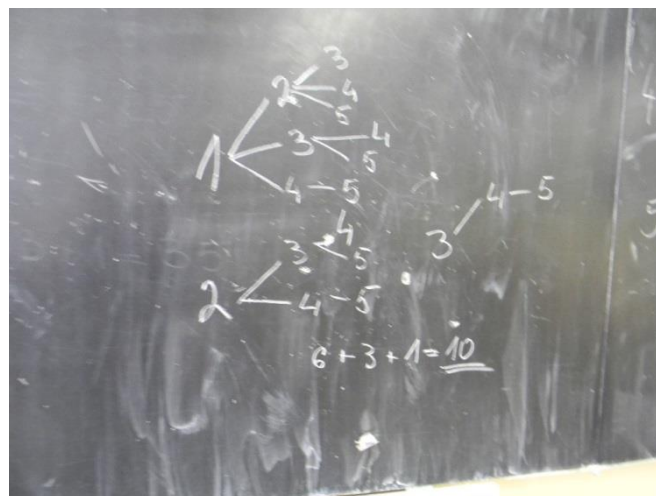
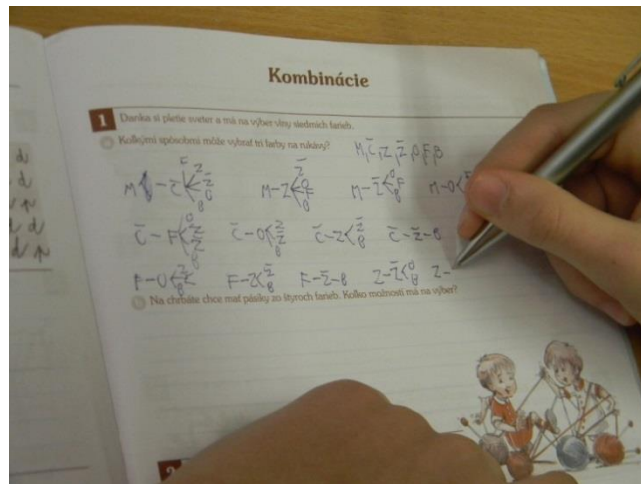
Obrázok 11 Žiacke riešenia úlohy 10

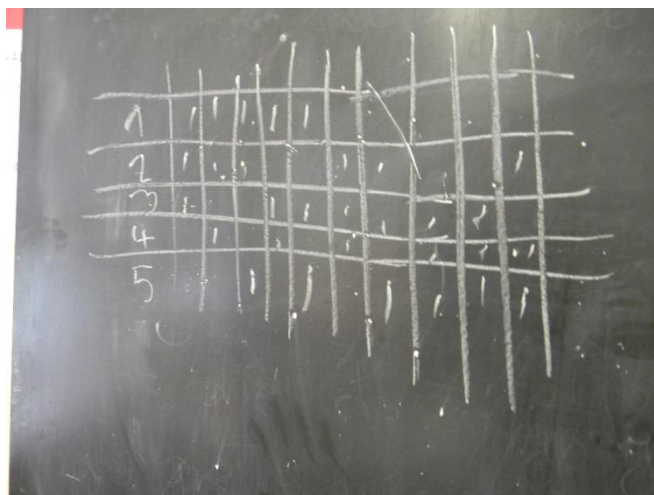
B : 7 farieb, **M**: 3 – ice farieb, **Φ** : 123, 124,.... Úroveň myslenia 3. Niektorí žiaci rátali: $7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$ - pretože predpokladali, že záleží na poradí.

Úloha 11

Janka si pletie pásikavé rukavice a má iba 5 farieb. Koľko má možností, ak chce mať ľavú rukavicu trojfarebnú?

Úlohu 11 sme prevzali z Pomocník z Matematiky pre 7.ročník ZŠ a 2. Ročník gymnázií s osemročným štúdiom, 2.časť(2012, s. 63).





Obrázok 12 Žiacke riešenia úlohy 11

B : 5 farieb, **M**: 3 – ice farieb, **Φ** : 123, 124,... Úroveň myslenia 3. Po vyriešení predchádzajúcej úlohy, túto vyriešili bez chýb.

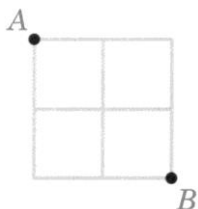
V 2. časti mali žiaci viacero možností spôsobu riešenia. Nemali zadaný spôsob riešenia. Najčastejšie riešili vypisovaním možností, úlohu 8 a 9 výpočtom. V úlohe 11 využili stromový diagram aj tabuľku.

TRETIA ČASŤ

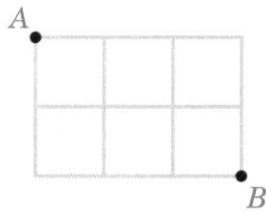
V tejto časti vkladám zadania príkladov, ktoré žiaci riešili v skupinách. Ukážky žiackych prác prikladám v prílohe. Úlohy 1 – 12 sme prevzali z Pomocník z Matematiky pre 7.ročník ZŠ a 2. Ročník gymnázií s osemročným štúdiom, 2.časť(2012, s. 62,72, 73,74, 77,79).

Úloha 1

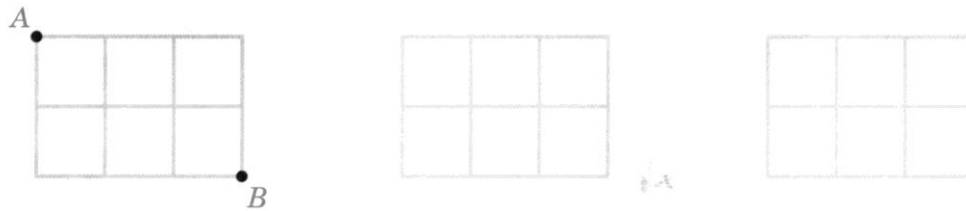
Chceš sa dostať z bodu A do bodu B. Môžeš ísť iba po stranách štvorcov doprava alebo nadol. Nakresli všetky rôzne cesty z A do B. Koľko ich je?



Úloha 2 a)Rieš úlohu 1 na nasledujúcom obrázku:



b) Vyfarbi jeden štvorec tak, aby existovala jediná cesta z A do B, ktorá nebude prechádzať po stranách ani cez vrcholy tohto štvorca.



B: jednotlivé úsečky, **M:** vyhovujúce strany štvorca, **Φ** : AEFGB, AEFIB,.... Úroveň myslenia 2. Žiaci si vybrali zlý smer, ktorý nespĺňal podmienky zadania. b) vyšlo viacej možností, lebo zarátali 2x tú istú cestu.

Úloha 3

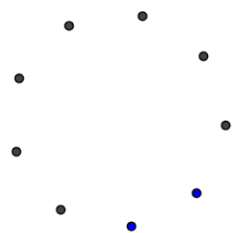
Pani učiteľka vybrala na súťaž trojčlenné družstvo, v ktorom musel byť aspoň jeden chlapec aj dievča. Dievčatá vyberala z Betky, Katky a Zuzky, chlapcov z Andreja, Ivana a Olega. Napíš všetky možnosti.

B: 3 dievčatá, 3 chlapci, **M:** trojčlenné družstvo, **Φ** : 1CH + 2D, 1D + 2CH. Úroveň myslenia 3. Niektorí žiaci zle pochopili zadanie, nebrali do úvahy, že mohli byť aj dve dievčatá.

Úloha 4

Nakresli cesty medzi mestami tak, aby

a) bola cesta z každého mesta do každého, b) sa z každého mesta dalo dostať do každého, c) sa z každého mesta dalo dostať do každého a počet ciest bol čo najmenší.



B: 9 ciest, **M:** cesty vyhovujúce podmienkam, **Φ** : konkrétne cesty.. Úroveň myslenia 3. Žiadna skupina nemal dobre všetky tri časti. Neuvedomili si, že sa ráta cesta tam aj späť.

Úloha 5

Vlož medzi číslice dve znamienka +. Koľko rôznych súčtov môžeš dostať?

1 2 3 4 5 6

1 2 3 4 5 6

B: 1, 2, 3, 4, 5, 6, **M:** dve znamienka +, **Φ** : $1 + 2 + 3456$ Úroveň myslenia 3. Jedna skupina zabudla jedno riešenie, niektorí neporozumeli zadaniu.

Úloha 6

Cyklista išiel z Makovníka do Orechovníka po priamej ceste dlhej presne 100 km. Pohyboval sa rýchlosťou 20 km/h. V okamihu, keď vyrazil z Makovníka, z Orechovníka vyrazila mucha rýchlosťou 45 km/h – bola to špeciálne trénovaná mucha – presne oproti špičke cyklistovho nosa. Pri zrážke sa okamžite otočila späť a letela do Orechovníka. Tam sa znovu okamžite otočila a letela oproti cyklistovmu nosu. To sa opakovalo, až kým cyklista nedorazil do Orechovníka. Koľko kilometrov dovtedy mucha nalietala?

B: 100 km, **M:** Trasa cyklistu a muchy, **Φ** : $100:20=5$, $45 \cdot 5 = 225$. Úroveň myslenia 3.

Túto úlohu vyriešili všetci správne, avšak len jedna skupina napísala aj riešenie.

Úloha 7

Koľko vieš zakrúžkovaním vytvoriť všetkých čísel? a) 1 2 3 4 b) 5 0 8 6.

B: 1, 2, 3, 4, **M:** jedno, dvoj, troj, štvorciferné čísla, **Φ** : 1, 2, 3, 4, 12, 123,..... Úroveň myslenia 3. Niektorí žiaci si neuvedomili, že treba určiť všetky čísla jedno – štvorciferné, niektorí zabudli na jednociferné, nevyhlúčili tie, ktoré začínajú 0.

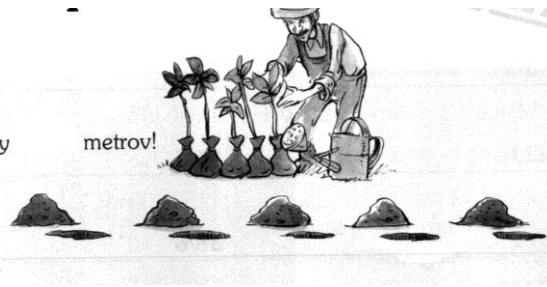
Úloha 8

Kvetinárka má 10 červených a 8 bielych ruží. Koľko má rôznych možností na výber farby, ak
a) do kytice chce použiť 6 ruží? b) do kytice chce použiť 10 ruží?

B: 10 červených a 8 bielych ruží, **M:** a) 6 – tice, b) 10 ruží, **Φ** : 6č, 5č1b. Úroveň myslenia 3. Niektorí si neuvedomili, že bielych je len 8 a nie 10, niektorí zabudli možnosť 6č, 6b.

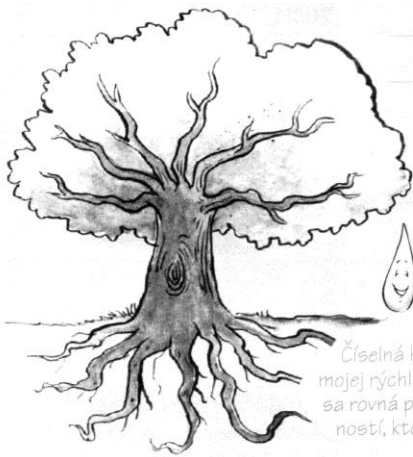
Úloha 9

Korene figovníkov vraj dorastajú až do hĺbky metrov!
 Počet metrov je rovnaký ako počet možností, ktoré má záhradník, ak chce vedľa seba zasadiť 5 rôznych figovníkov.



B: 5 stromov, **M:** 5 – tice, **Φ** : 12345,..... Úroveň myslenia 3. Bez chýb.

Úloha 10



Voda v stromoch prúdi zo zeme do konárov v niektorých stromoch celkom pomaly, napr. v buku je to asi 1 meter za hodinu. Ale napr. v dube prúdi prekvapujúco rýchlo – až metrov za hodinu. Kvapka vody sa chce zo zeme dostať na koniec niektorého konára stromu. Koľko má ciest, ktoré si môže vybrať?

B: korene a konáre stromu, **M:** 7 – mice, , **Φ** : 7 koreňov a 6 koreňov = 7.6 . Úroveň myslenia 3. Bez chýb.

Úloha 11

Rovnako, ako pištoľníci patria k filmom z divokého západu aj obrovské kaktusy. Rastlina, ktorá často pripomína veľký svietnik a s obľubou rastie na púšťach Arizony a Mexika, sa volá kaktusovec obrovský. To, že si svoje meno naozaj zaslúži, potvrdzuje jeho výška. Dorastá až do Kolkými cestami môže kvapka stiecť k vyznačenému písmenu U?

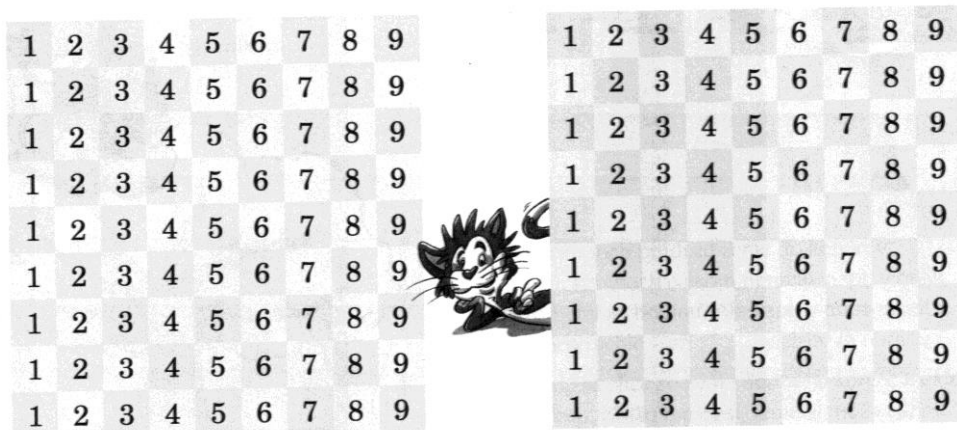


B: cesty, **M:** správne možnosti, **Φ** : Pascalov trojuholník. Úroveň myslenia 3. Bez chýb.

Úloha 12

22 Začni v štvorčeku v ľavom dolnom rohu a skonči v štvorčeku v pravom hornom rohu. Môžeš ísť smerom hore alebo doprava tak, aby súčet čísel, cez ktoré prejdeš, bol 100. Vznikne tak lomená čiara.

- a** Na aký najmenší počet zalomení to vieš urobiť? Existuje jediná najkratšia cesta alebo ich je viac? **b** Na aký najväčší počet zalomení to vieš urobiť? Existuje jediná najdlhšia cesta alebo ich je viac?



B: cifry 1 -9, **M:** cifry, ktorých súčet je 100, **Φ** : správne cesty. Úroveň myslenia 2. Žiakom sa zdal tento príklad najťažší, pretože museli použiť pokus – omyl aj viac krát a museli rátať. 3 skupiny vyriešili a) aj b), ale nikto nenašiel viacero riešení.

Riešenia:

Časť prvá: Ú1:a)2, b) 6, c) 24, Ú2: 25, Ú3: 21, Ú4: 21.

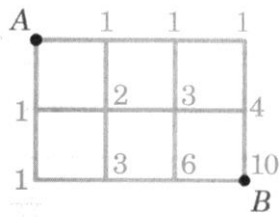
Časť druhá: Ú5: a)24,b) 21,c) a. 7 – Land, b. 5 – Land, Ú6: 36, Ú7: 18, Ú8: 96, Ú9: 24, Ú10: 35, Ú11: 10.

Časť tretia : Ú1:

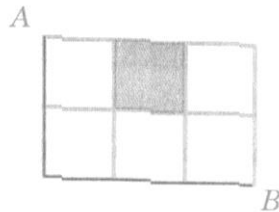
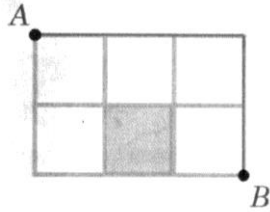
Chceš sa dostať z bodu A do bodu B. Môžeš ísť iba po stranách štvorcov doprava alebo nadol. Nakresli všetky rôzne cesty z A do B. Koľko ich je?

6 možných ciest

Ú2:



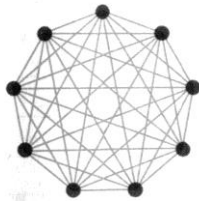
b) Vyfarbi jeden štvorec tak, aby existovala jediná cesta z A do B, ktorá nebude prechádzať po stranách ani cez vrcholy tohto štvorca.



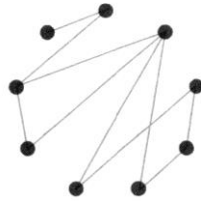
Ú3: 18,

Ú4:

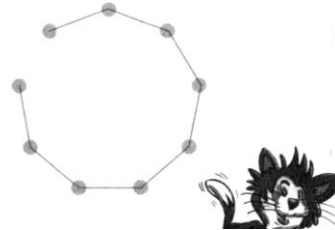
a) bola cesta z každého mesta do každého.



b) sa z každého mesta dalo dostať do každého.



c) sa z každého mesta dalo dostať do každého a počet ciest bol čo najmenší.



Ú5: 10, Ú6: 225 km, Ú7: a) 15, b) 12, Ú8: a) 7, b) 9, Ú9: 120m, Ú10: 42m, Ú11: 15ciest,

Ú12:

1	2	3	4	5	6	7	8	9		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9		1	2	3	4	5	6	7	8	9

4 zalomenia

11 zalomení

je ich viac

je ich viac

ZÁVER

Tým, že žiaci mali voľnosť v spôsobe riešenia, hodiny sa im páčili. Dokonca aj slabší žiaci zvládali aj náročnejšie úlohy. Naopak, niektorí jednotkári, navyknutí sa učiť „bifľovať“ necítili potrebnú istotu, pri voľnosti, tvorivosti. Jedna žiačka bola veľmi nespokojná, že nevie vymýšľať nové riešenia, chcela, aby som jej dala konkrétny postup, šablónu, podľa ktorej by sa dali všetky úlohy riešiť.

Napriek tomu, že žiaci vo všeobecnosti kombinatoriku nemajú radi, sama som bola milo prekvapená, že mojich žiakov tieto hodiny bavili. Mali radosť z každého riešenia a páčilo sa im aj to, že sme spolu o riešeniach, aj tých zlých spolu diskutovali. Žiaci sami prezentovali a zdôvodňovali svoje riešenia, čo bolo pre nich náročnejšie. Vedia príklad vyriešiť, ale už ťažšie si ho vedia obhájiť, poprípade vysvetliť svoje riešenie spolužiakom. Hodiny boli zábavné, tvorivé a zaujímavé nielen pre žiakov, ale aj pre mňa ako učiteľa boli povzbudením, pretože som videla radosť a záujem žiakov.

ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY

Hejný,M. a kol.: Teória vyučovania matematiky 2.Bratislava: SPN, 1989. ISBN 80 – 08 – 00014 -7 .

Hejný, M. – Michalcová, A: Skúmanie matematického riešiteľského postupu. Bratislava: Metodické centrum v Bratislave, 2001. ISBN 80 – 8052 – 085 – 2.

physedu.science.upjs.sk/mif/pdf/21_m_6_scholtzova.pdf

Žabka,J.,Černek,P. 2010. Matematika pre 7.ročník ZŠ a 2. Ročník gymnázií s osemročným štúdiom, 1.časť. Bratislava:Orbis Pictus Istropolitana 2010 , 112 strán. ISBN 978-80-8120-051-9

Žabka,J.,Černek,P. 2011. Matematika pre 7.ročník ZŠ a 2. Ročník gymnázií s osemročným štúdiom, 2. časť. Bratislava: Orbis Pictus Istropolitana 2011 , 136 strán. ISBN 978-80-8120-050-2

Berová,Z.,Bero,P. 2012. Pomocník z Matematiky pre 7.ročník ZŠ a 2. Ročník gymnázií s osemročným štúdiom, zošit pre učiteľa. Bratislava: Orbis Pictus Istropolitana 2012 , 169 strán. ISBN 978-80-8120-051-6

Berová,Z.,Bero,P. 2012. Pomocník z Matematiky pre 7.ročník ZŠ a 2. Ročník gymnázií s osemročným štúdiom, 2.časť. Bratislava: Orbis Pictus Istropolitana 2012 , 80 strán. ISBN 978-80-8120-139-6

ADRESA AUTORA

Mgr. Katarína Drličková
Spojená škola Slančíkovej 2
Slančíkovej 2
950 50 Nitra
katarina.drlickova@centrum.sk