VYUŽITIE VÝZNAMNÝCH PRVKOV TROJUHOLNÍKA V PROGRAME GEOGEBRA

EMÍLIA MESZÁROŠOVÁ

ABSTRAKT

Práca prezentuje program GeoGebra, jeho funkcie a prácu s týmto programom na vyučovaní matematiky na ZŠ. Cieľom práce bolo oboznámiť žiakov s programom GeoGebra, vysvetliť im základné " ikonky" používané v tomto programe a samotná práca v tomto programe. Po úvodnom vysvetlení práce v programe GeoGebra, ktorá pozostáva z niekoľkých krokov: V prvom rade z formálnej a programovej stránky, v druhom rade z návrhov a tvorení úloh, modulov a apletov a samotnej výučby, žiaci pracovali s týmto programom na jednoduchých úlohách, ktoré u žiakov rozvíjajú logické myslenie a predstavivosť. V práci som sa sústredila na jednoduché úlohy, ktoré sú riešené na vyučovacích hodinách matematiky v 7. a 8. ročníku ZŠ. Poznatky , ktoré žiaci získali na hodinách matematiky z tohto programu, využívali aj na záujmových útvaroch, konkrétne na krúžku „ Zábavná matematika" , kde pomocou programu GeoGebra kreslili rôzne obrazce, ktoré opisujem v druhej časti pod názvom „ Využitie kružníc a kružnicových oblúkov v programe GeoGebra" a v tretej časti , ktorá sa zaoberá kombinatorikou na ZŠ.

ÚVOD

Rozmach informačných technológií zapríčinil preniknutie počítačov do všetkých sfér nášho života, vzdelávanie nevynímajúc. Vďaka veľkej popularite, hlavne medzi mladými ľuďmi, je počítač ideálnou pomôckou pre vzdelávanie. Okrem toho počítače zefektívňujú prístup k učivu, urýchľujú vyhodnocovanie testov a poskytujú okamžitú spätnú väzbu. Je preto rozumné skúmať a používať tieto pomôcky, ktoré budia u žiakov záujem, považujú ich za moderné a nie sú pre nich také nezáživné ako klasické prostriedky (učebnica, tabuľa, krieda).

Spracované môžu byť v lákavej interaktívnej forme, a tak žiak má pocit, akoby sa učil formou hry.

Pri volení vhodného softvéru som sa rozhodla pre GeoGebru, ktorá umožňuje vytváranie rôznych zaujímavých apletov , modulov, dajú sa prostredníctvom tohto programu vytvárať rôzne geometrické obrazce. Program je jednoduchý na ovládanie, na pochopenie podstaty práce , na grafické spracovanie, na prácu s obrázkami.

Hlavný cieľ práce : Opísať prostredie programu GeoGebra, jeho funkcie a prácu s týmto programom, vytvoriť rôzne úlohy v geometrii, aplety, obrazce, ktoré sú pre prácu žiakov nenáročné a ľahko pochopiteľné . Úlohy, ktoré rozvíjajú logické myslenie a predstavivosť žiakov, ktoré nútia žiakov k presnému, dôslednému , usporiadanému a všestrannému uvažovaniu.

Práca je rozdelená na tri časti:

1. časť sa zaoberá využitím významných prvkov trojuholníka v programe GeoGebra,
2. časť sa zaoberá využitím kružníc a kružnicových oblúkov v programe GeoGebra,
3. časť príkladmi z kombinatoriky.

Tieto časti veľmi úzko so sebou súvisia, zaoberajú sa významnými prvkami trojuholníka, ktoré tvoria podstatu pri vyučovaní konštrukčných úloh, pri rysovaní trojuholníkov, rozdelení trojuholníkov podľa strán a podľa uhlov, pri výpočte obvodov a obsahov trojuholníkov, ale aj iných geometrických útvarov. Program sa dá využiť pri rysovaní vpísanej a opísanej kružnice trojuholníku, pri výpočte vnútorných a vonkajších uhlov trojuholníka a pod. Práca s týmto programom je veľmi zaujímavá a pre žiakov motivačná.

TROJUHOLNÍK V PROGRAME GEOGEBRA

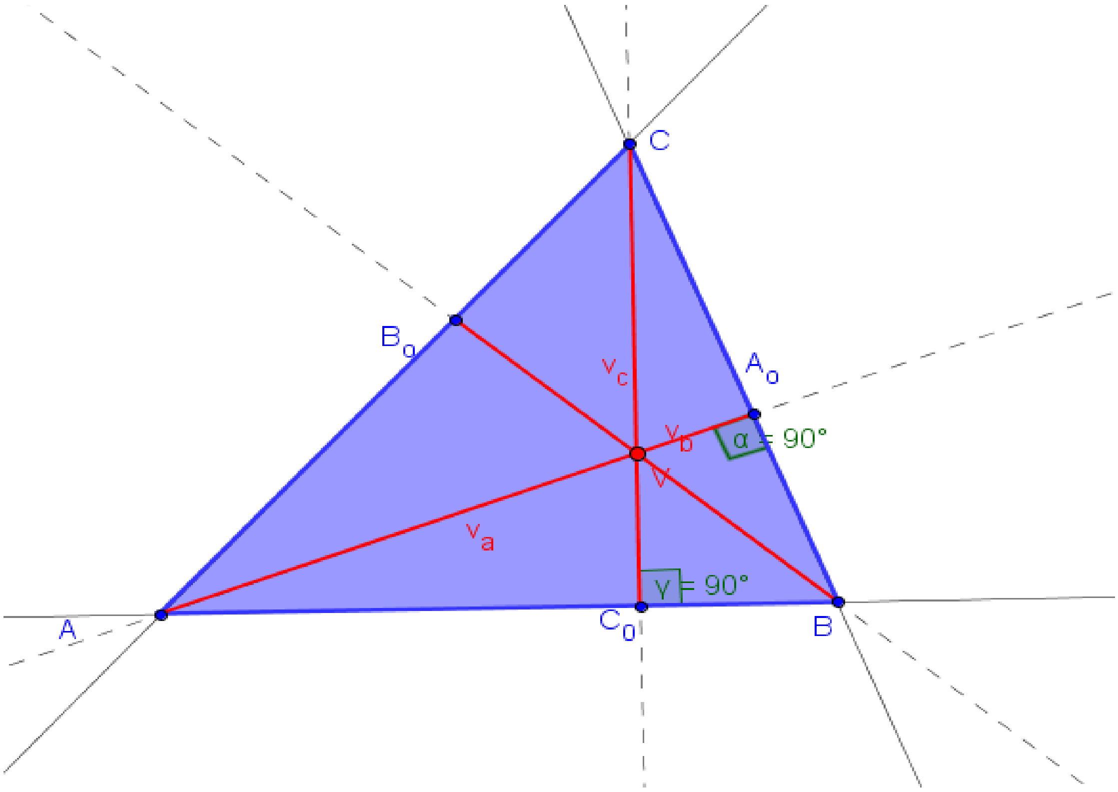
VÝŠKY TROJUHOLNÍKA

Zadanie úlohy: Zostrojte ľubovoľný trojuholník v programe GeoGebra, potom zostrojte kolmice z vrcholov trojuholníka na protiľahlé strany prípadne ich predĺženia. Zistite polohu priesečníka týchto kolmíc pre trojuholník ostrouhlý, pravouhlý aj tupouhlý.

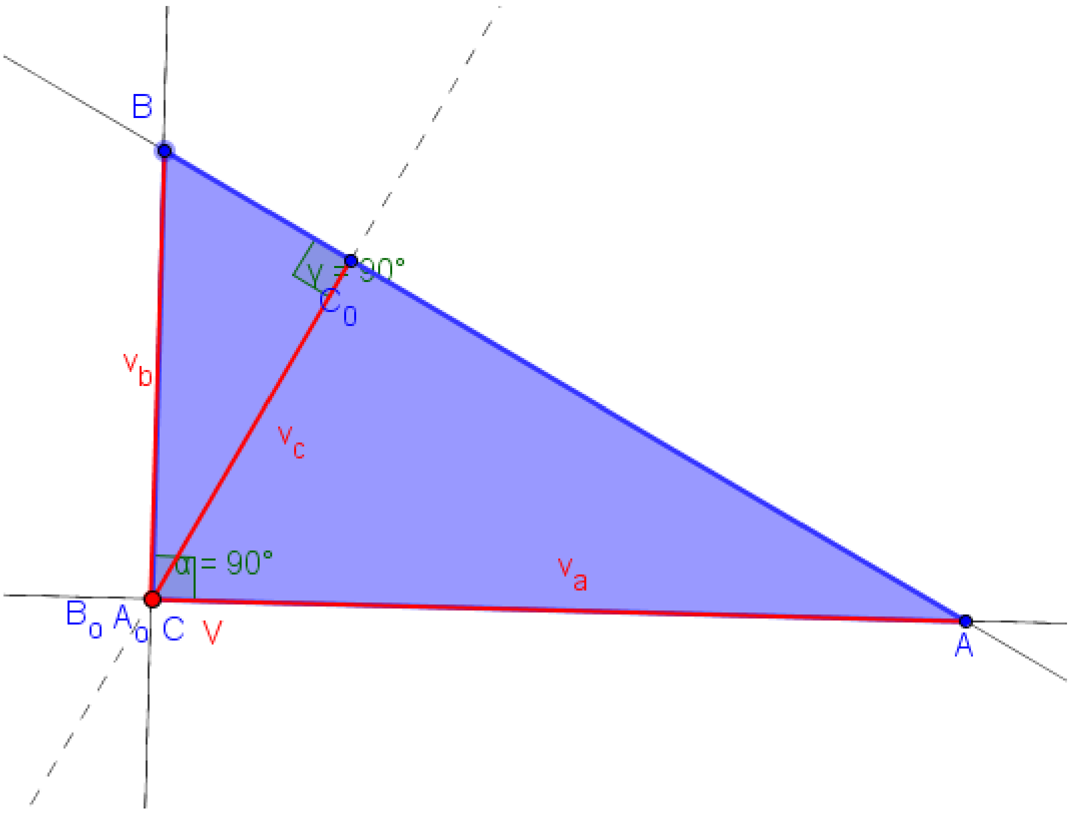
Metodické poznámky : Pri rysovaní kolmíc – polpriamok , je potrebné žiakov kontrolovať a usmerňovať. V priebehu rysovania žiakom vysvetlíme, že rysujeme nielen kolmice, ale aj úsečky , ktoré nám predstavujú výšky trojuholníka. Dané pojmy niekoľkokrát zopakujeme, aby sa učivo a vzťahy dobre utvrdili. V spolupráci so žiakmi sa snažíme hľadať všetky riešenia. Po narysovaní trojuholníkov si farebne vyznačíme úsečky, ktoré nám predstavujú výšky a zároveň vyznačíme aj priesečník výšok – ortocentrum V.

Učivo si precvičíme pri rysovaní na všetkých typoch trojuholníkov – ostrouhlom, pravouhlom aj tupouhlom. Žiakov nabádame aj k samostatnej práci a vyvodzovaniu určitých pojmov a definícií. Na záver učivo zhrnieme, zopakujeme a napíšeme si definície.

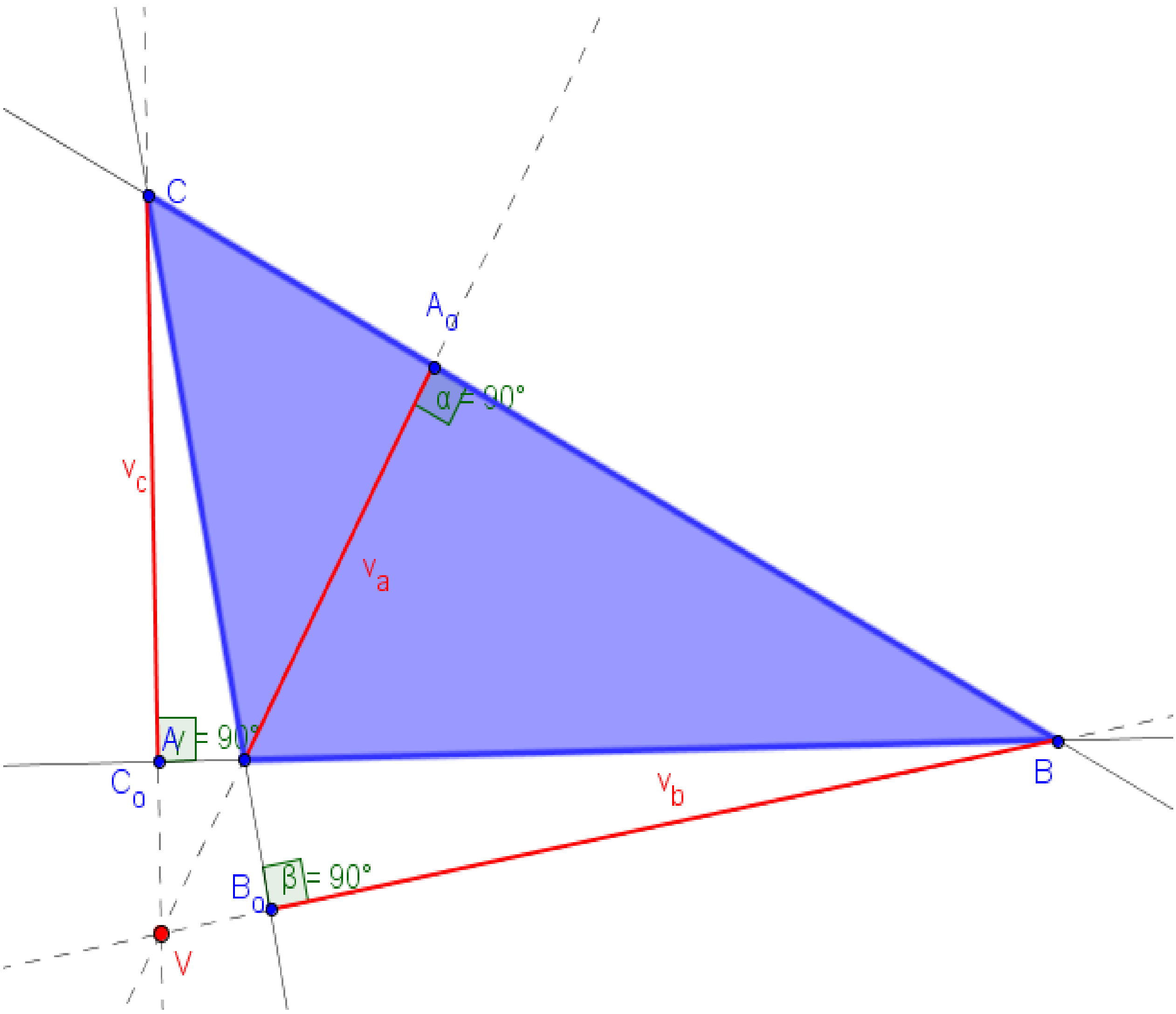
Riešenie:



Obrázok 1 : **Výšky v ostrouhlom trojuholníku** – priesečník výšok *V* sa nachádza vo vnútri trojuholníka



Obrázok 2 : Výšky v pravouhlom trojuholníku - priesečník výšok *V* je totožný s vrcholom pri pravom uhle trojuholníka



Obrázok 3 : Výšky v tupouhlom trojuholníku – priesečník výšok *V* je mimo trojuholníka

Žiaci sa vlastnou prácou v programe GeoGebra presvedčia, kde sa nachádza priesečník výšok – ortocentrum, takže môžu odpovedať na nasledujúce otázky:

- V akom trojuholníku leží ortocentrum vo vnútri trojuholníka ?
- Kde sa nachádza ortocentrum v tupouhlom trojuholníku ?
- Kedy je ortocentrum totožné s vrcholom trojuholníka?
- Môžu byť všetky výšky mimo trojuholníka ?

Po dôkladnom zopakovaní všetkých vzťahov, si prejdeme ešte raz všetky konštrukcie, ukážeme kolmice, výšky, priesečník a pre upevnenie vedomostí žiakov, si zhrnieme získané poznatky do definícií a napíšeme do zošita.

Výška trojuholníka – kolmica zostrojená z vrcholu trojuholníka na priamku, na ktorej leží protiľahlá strana trojuholníka. (sú to najkratšie vzdialenosti vrcholov od protiľahlých strán resp. priamok preložených týmito stranami).

Výšky trojuholníka sa pretínajú v jednom bode V. Tento bod nazývame priesečník výšok – **ortocentrum**.

V ostrouhlom trojuholníku je bod V vnútorným bodom trojuholníka.

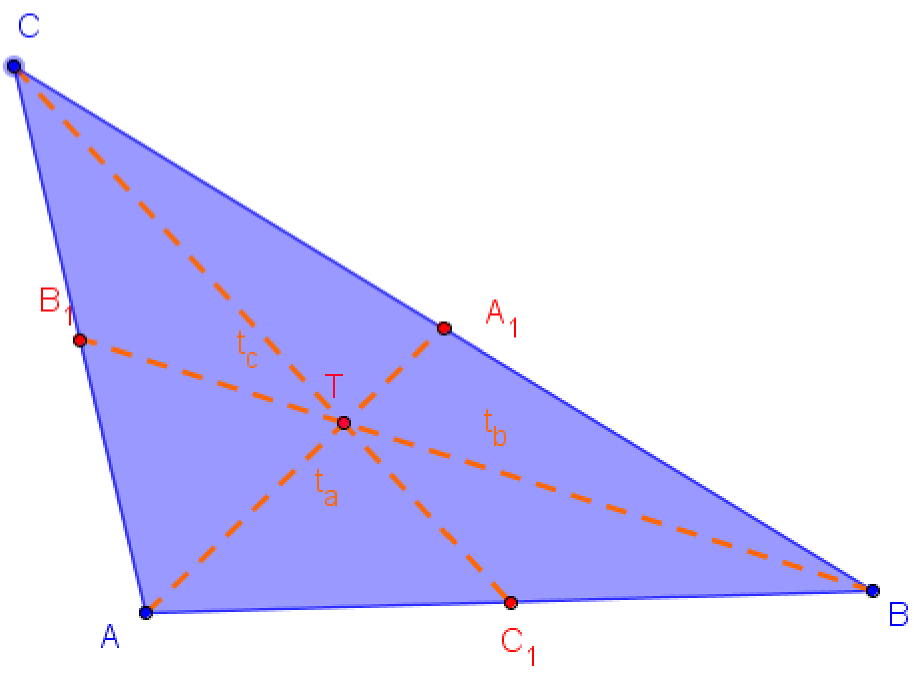
V tupouhlom trojuholníku bod V leží mimo trojuholníka.

V pravouhlom trojuholníku bod V splýva s vrcholom pravého uhla.

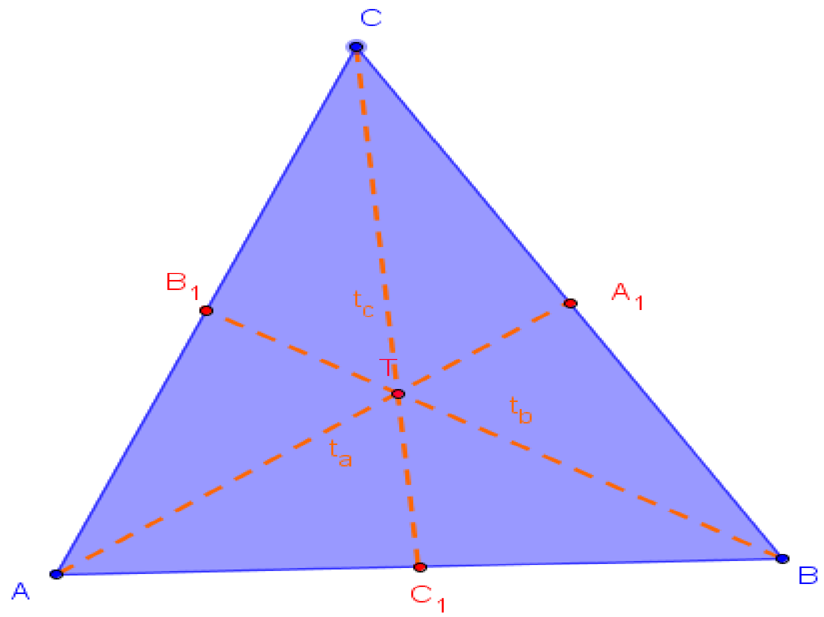
ŤAŽNICE TROJUHOLNÍKA

Zadanie úlohy : Narysujte ľubovoľný trojuholník *ABC*. Zostrojte v danom trojuholníku úsečky, ktoré spájajú vrchol so stredom protiľahlej strany trojuholníka. Zistite priesečník týchto úsečiek.

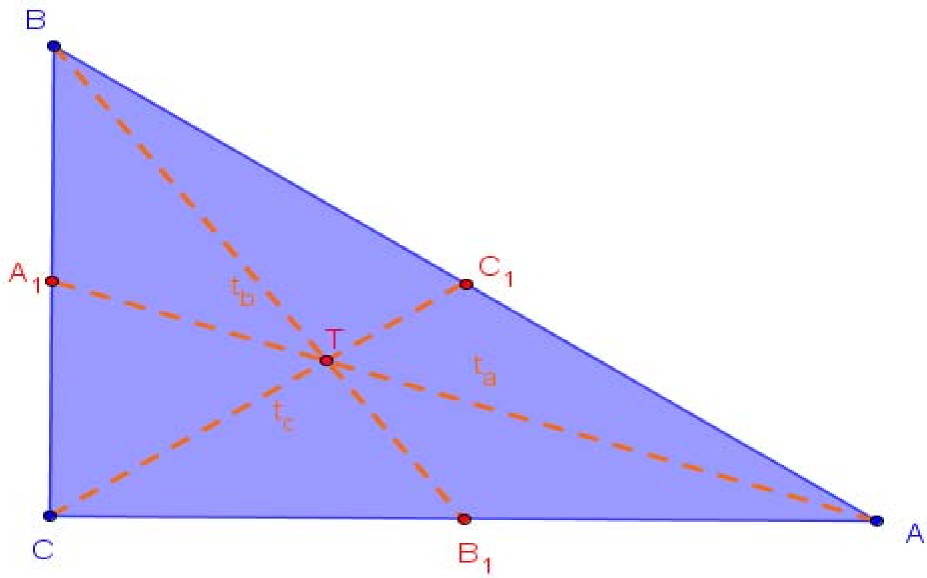
Riešenie :



Obrázok 4 : Ťažnice v tupouhlom trojuholníku



Obrázok 5 : Ťažnice v ostrouhlom trojuholníku



Obrázok 6 : Ťažnice v pravouhlom trojuholníku

Metodické poznámky : Pri rysovaní úsečiek žiakom vysvetlíme, že úsečky, ktoré sme narysovali nazývame ťažnice trojuholníka. Bod, v ktorom sa pretínajú ťažnice sa nazýva ťažisko.

Otázky pre žiakov:

- Pretínajú sa ťažnice v jednom bode?
- Môže byť tento bod mimo trojuholníka ?
- Sú úsečky na ktoré ťažisko rozdeľuje ťažnicu rovnakej dĺžky?
- Je ťažnica kolmá na danú stranu ?
- Vedeli by ste definovať, čo je ťažnica ?

Zhrnutie učiva o ťažniciach formou definícií :

Ťažnica trojuholníka – je úsečka určená vrcholom a stredom protiľahlej strany trojuholníka.

Všetky tri ťažnice trojuholníka sa pretínajú v jednom bode, ktorý nazývame **ťažisko** a označujeme **T**.

Ťažisko leží vo vnútri v každom type trojuholníka.

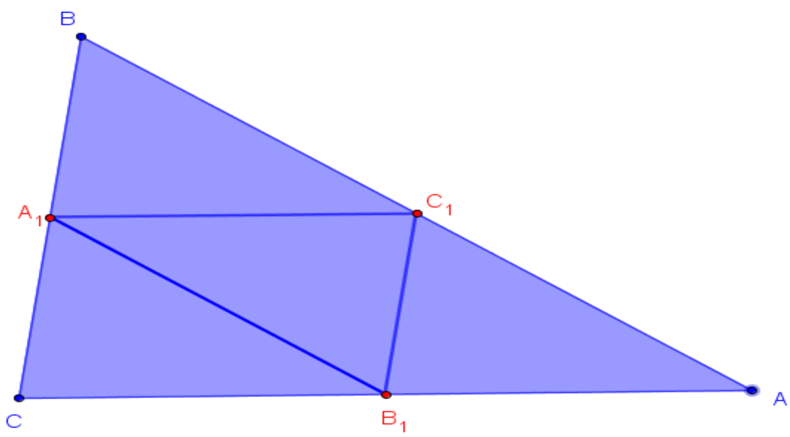
Ťažisko trojuholníka je vzdialené dve tretiny dĺžky ťažnice od vrcholu trojuholníka a jednu tretinu dĺžky ťažnice od stredu strany. (Ťažisko rozdeľuje každú ťažnicu na dve úsečky , pomer ich dĺžok je 2 : 1. Pre dané úsečky teda platí :$|BT| = 2.|TB_{1|}$, $|AT| = 2.|TA_1|$, $|CT| = 2.|TC_1|$).

STREDNÉ PRIEČKY TROJUHOLNÍKA .

Úloha : Narysuj ľubovoľný trojuholník ABC a zostroj v ňom úsečky, ktoré spájajú stredy dvoch strán. Ako nám rozdelili tieto úsečky trojuholník?

Metodické poznámky : Pri rysovaní úsečiek žiakom vysvetlíme, že narysované úsečky , ktoré spájajú stredy dvoch strán v trojuholníku sa nazývajú stredné priečky trojuholníka. Upozorníme ich, aby si všímali vzájomnú polohy strednej priečky, so stranou trojuholníka, ktorej stredom neprechádzajú, zistiť a porovnať ich dĺžky. Ich pozorovania sa snažíme zhrnúť, zopakovať a sformulovať do definícií.

Riešenie **:**



Obrázok 7 : Stredné priečky v trojuholníku

Otázky pre žiakov súvisiace s učivom :

- Sú stredné priečky rovnako dlhé?
- Sú s niektorou stranou rovnobežné – s ktorou ?
- Ako nám rozdelili trojuholník?
- Sú takto vzniknuté trojuholníky zhodné?

Zhrnutie učiva o stredných priečkach formou definícií :

Stredná priečka trojuholníka – je úsečka , ktorá spája stredy dvoch strán trojuholníka .Je rovnobežná s treťou stranou trojuholníka tzn. so stranou, ktorej stredom neprechádza.

Dĺžka strednej priečky trojuholníka sa rovná polovici dĺžky tej strany trojuholníka, s ktorou je rovnobežná.

Rozdeľuje trojuholník na štyri zhodné menšie trojuholníky.

VYUŽITIE KRUŽNÍC A KRUŽNICOVÝCH OBLÚKOV V PROGRAME GEOGEBRA

Vyučovanie matematiky spojené s aktívnym využívaním prostriedkov informačných a komunikačných technológií na našich školách (až na výnimky) zatiaľ stále nie je bežnou a prirodzenou skutočnosťou. Dôvodov je viacero , ale jedným z nich je aj nedostatok odbornej literatúry zaoberajúcej sa uvedenou problematikou.

Grafický prejav je prirodzenou potrebou človeka tak, ako hudba, tanec, spev a pohyb. Patrí medzi základné komunikačné prostriedky a je v ňom zakomponované racionálne osvojenie priestorových javov, pocity a vizuálne vnemy. Jednoduché geometrické tvary – kruh, kružnica, trojuholník, štvorec, hviezda,…..boli vždy aj dekoratívnym prvkom. Geometrické štruktúry ako ornament zdobia predmety našej každodennej reality.

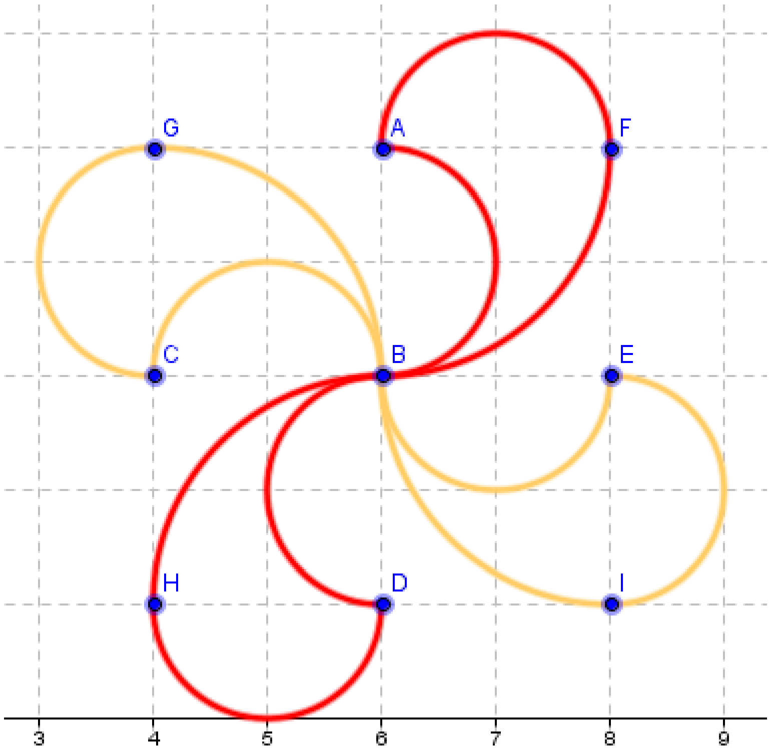
Výchovu geometriou u detí môžeme začať v podstate v ktoromkoľvek veku. Začať rysovať konštrukčne nenáročné obrázky – štvorce, obdĺžniky, sústredné kružnice,….vyfarbovať postupne jednotlivé políčka a tak sa prepracovať k zložitejším obrazcom.

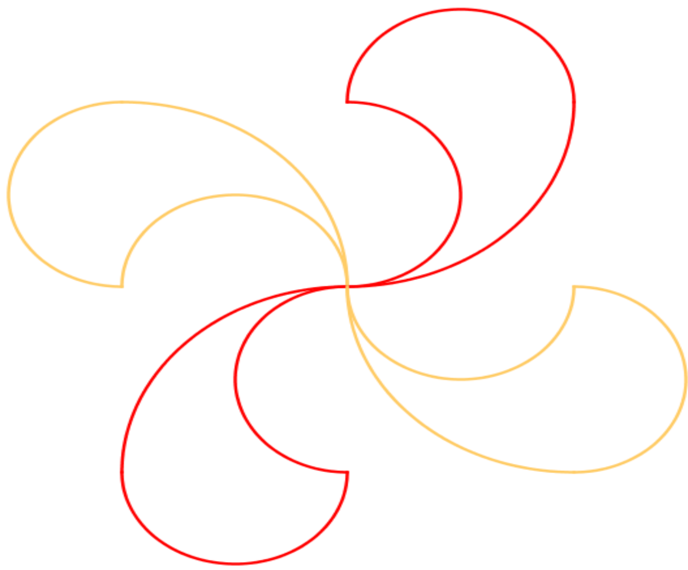
Pojem kružnica je vnímaný z rôznych hľadísk v závislosti od použitia, odboru v ktorom ho aplikujeme. Samozrejme je rozdielne ju definovať v matematike a je rozdielne ju chápať napríklad s abstrakciou v umení.

JEDNODUCHÁ VETERNÁ RUŽICA

V programe GeoGebra môžeme začať jednoduchými útvarmi s využitím kružníc a kružnicových oblúkov.

Veterná ružica : Veľmi jednoduchý a efektný obrázok. Základ tvorí štvorec, do ktorého postupne kreslíme kružnicové oblúky tak, aby vytvárali lístky ružice. Žiaci na takýchto obrázkoch pracovali s veľkým záujmom a pokusne tvorili rôzne ornamenty.



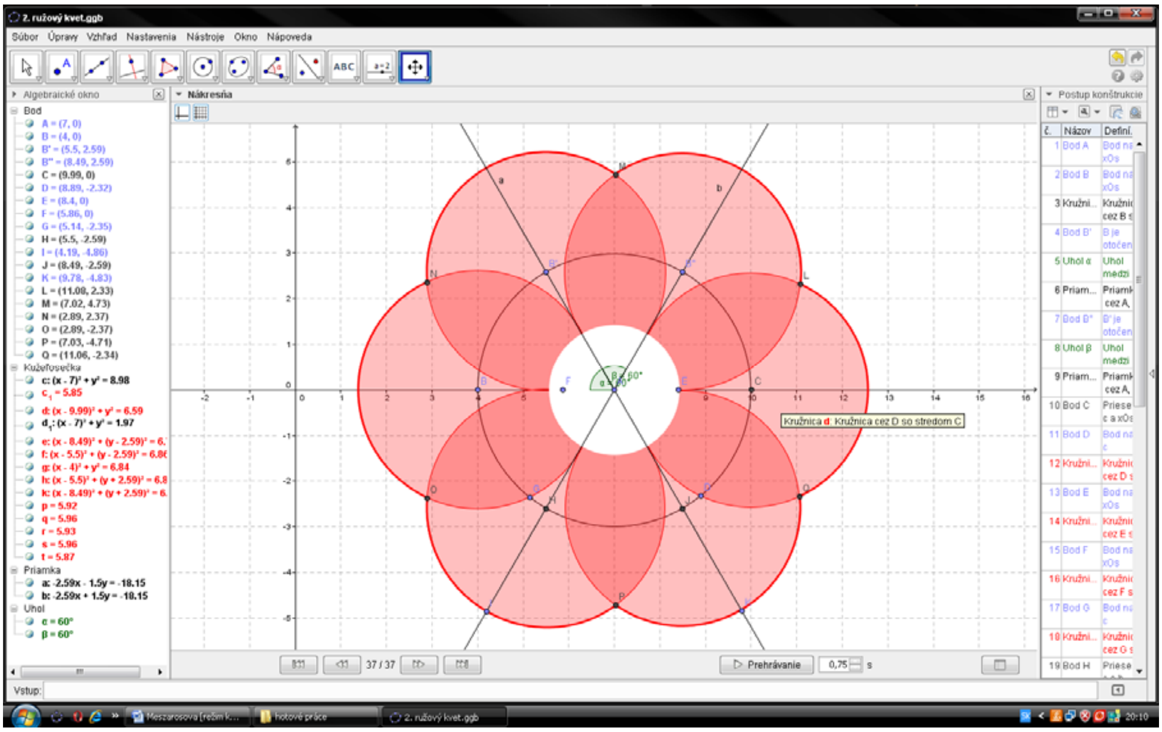


Obrázok 8 - 9 : Veterná ružica .

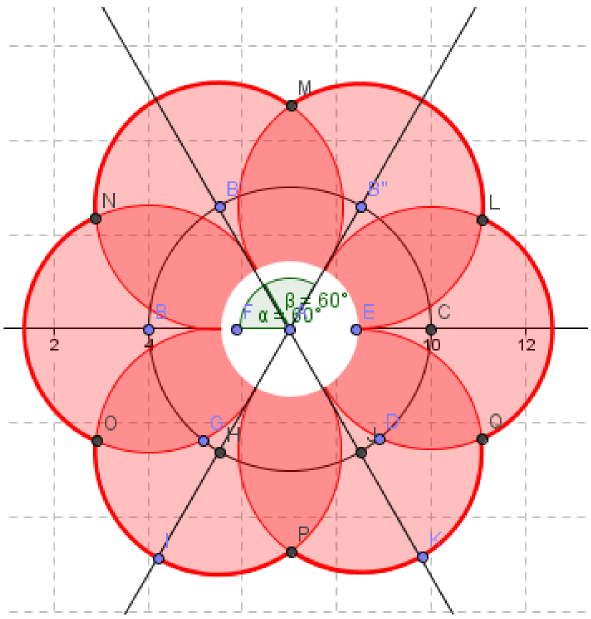
KRESLENIE KVETU

Základom pre vytvorenie kvetu bola :

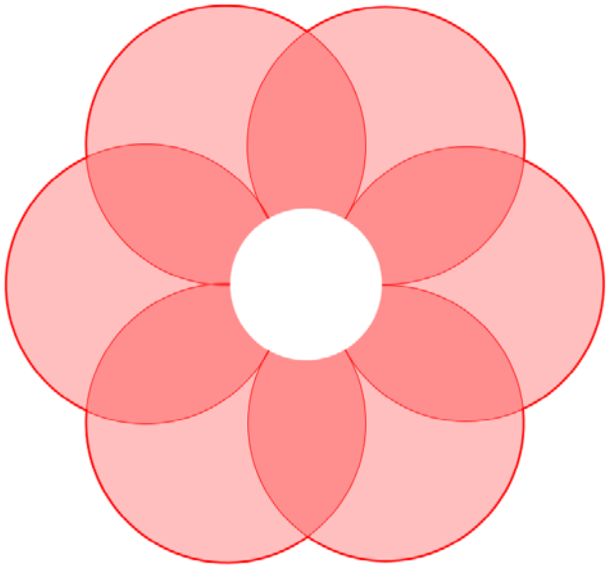
1. kružnica $k(A,3\text{cm})$
2. zostrojenie priamok a, b , ktoré s osou x zvierajú uhol 60˚
3. Priesečníky priamok s kružnicou k sú stredy kružníc, ktoré tvoria lupene kvetu. Kružnice l_1 - l_6 so stredom v bodoch *B, B´, B´´, C, H, J* a polomerom 3 cm, vyfarbené ružovou farbou
4. Kružnica $d_1(A;\ 1{,}5\text{cm})$ vyfarbená na bielo



Obrázok 10 : Rysovanie kvetu

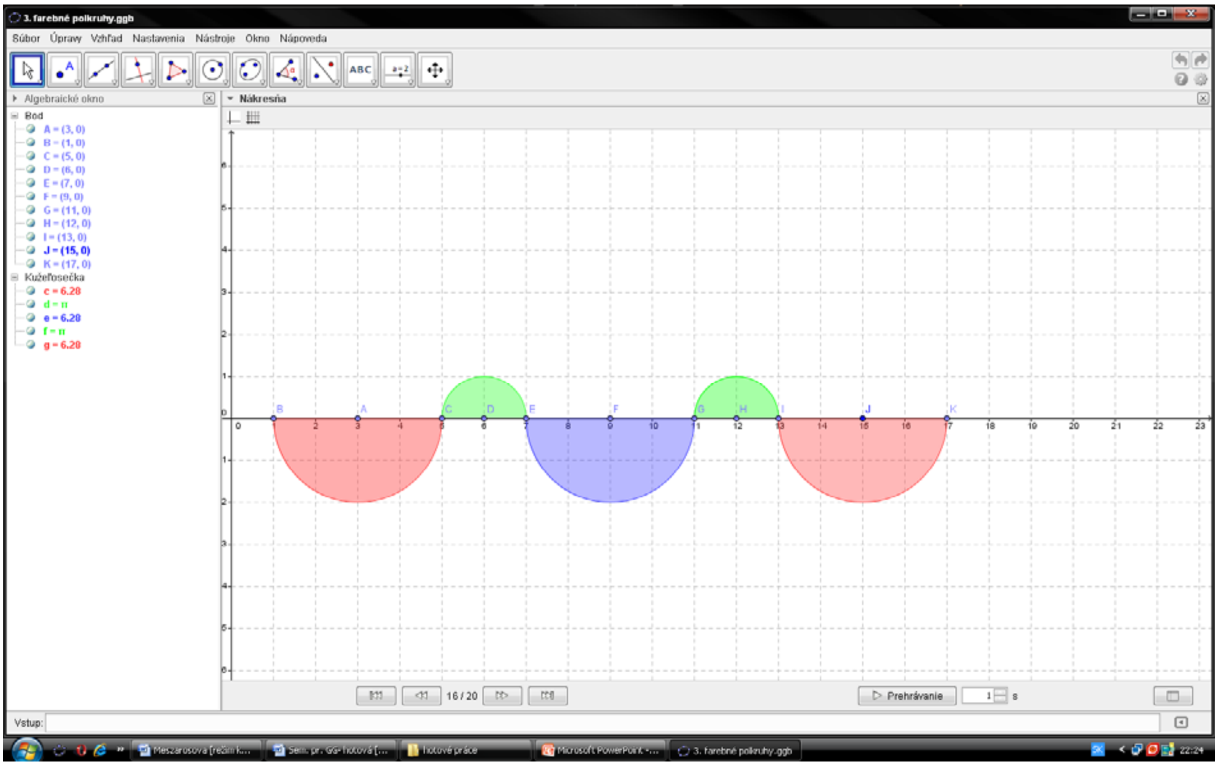


Obrázok 11 : Kvet 1

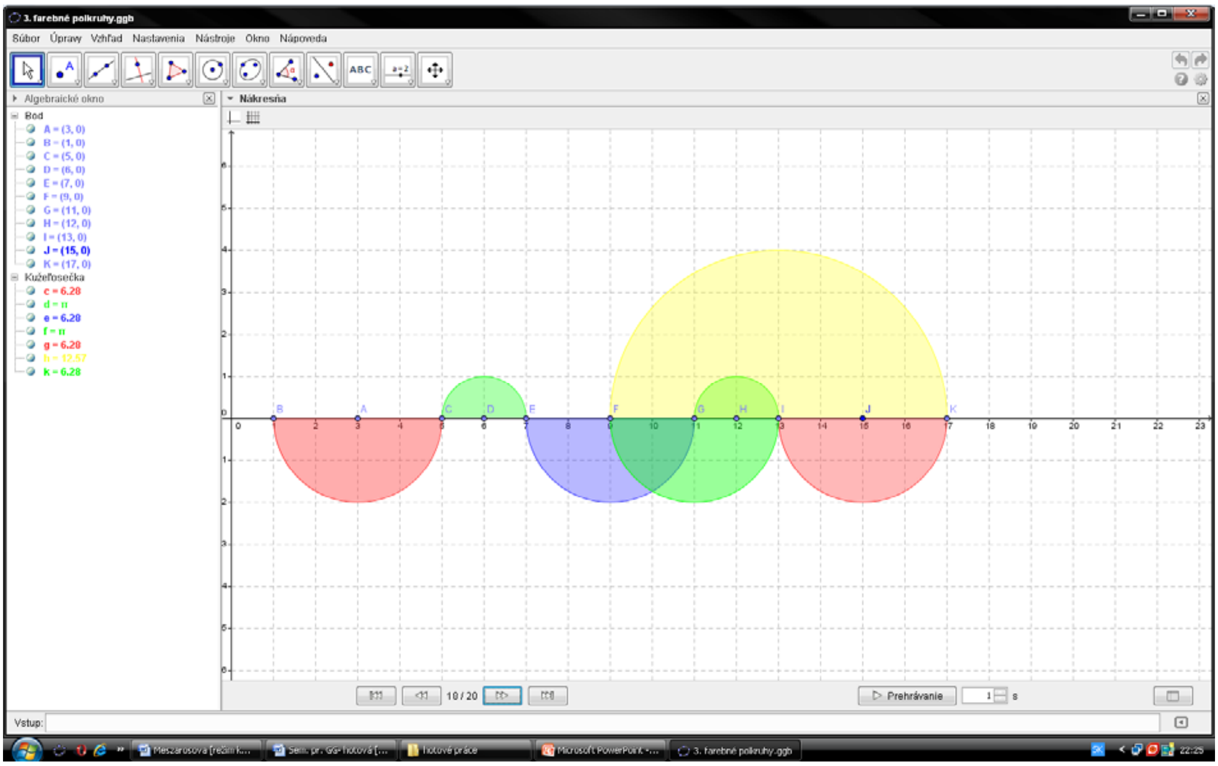


Obrázok 12 : Kvet 2

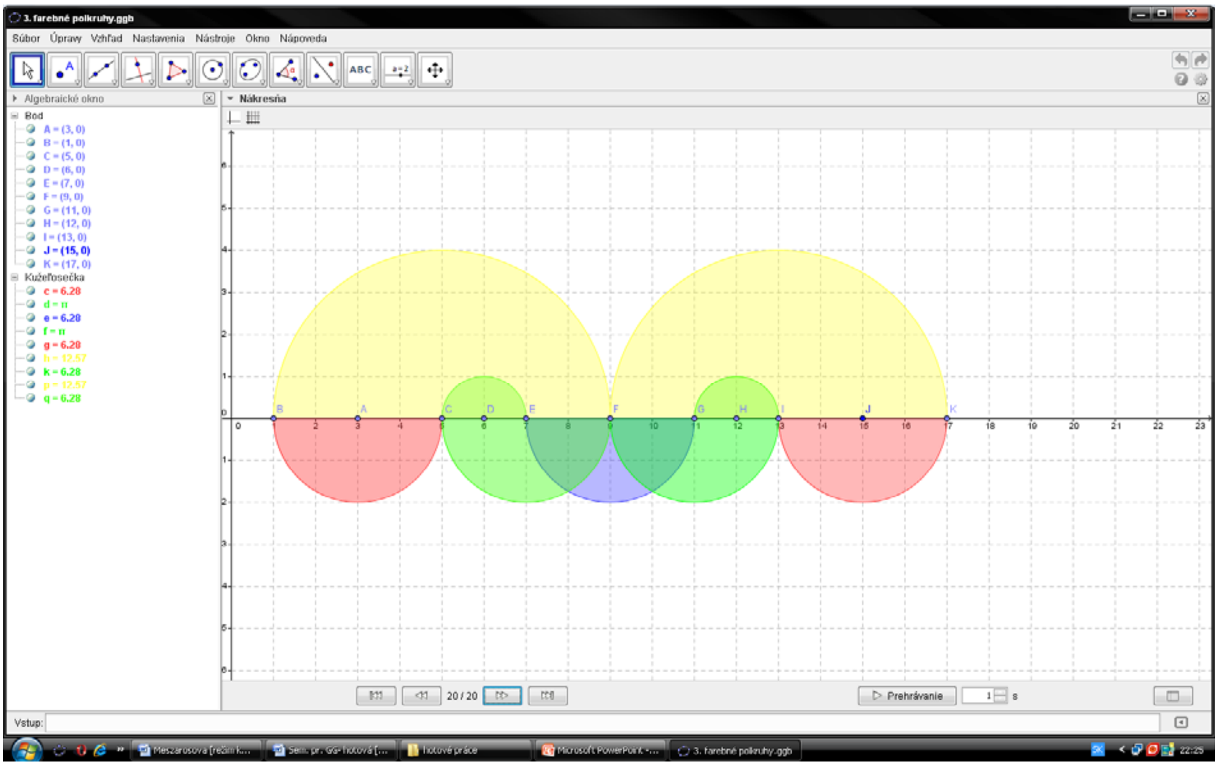
Veľmi pekné sú aj obrázky s využitím polkružníc s rôznym polomerom. Postup je znázornený vo forme postupu práce v programe GeoGebra



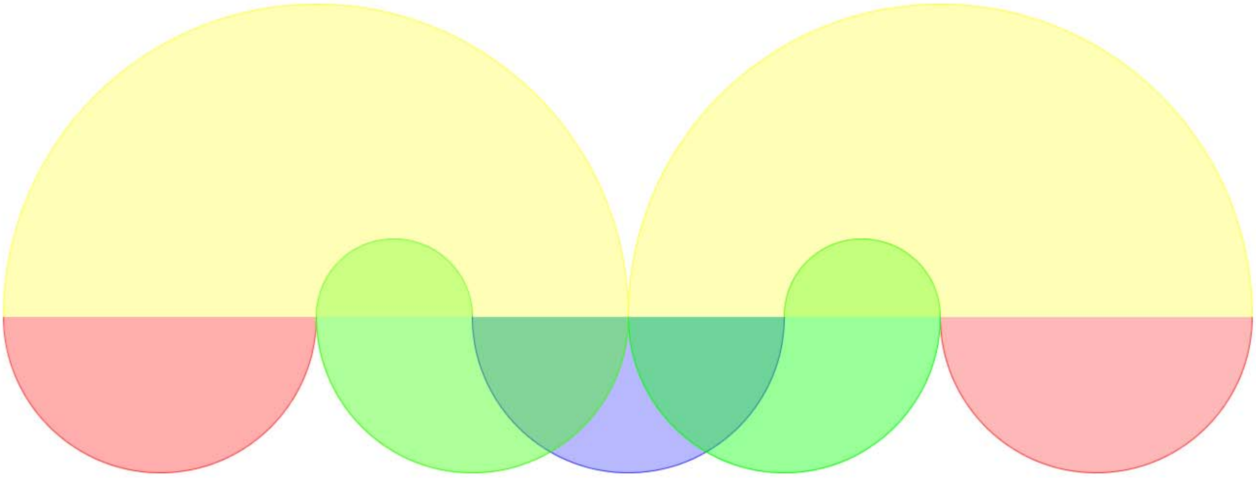
Obrázok 13 : Rysovanie polkružníc 1



Obrázok 14 : Rysovanie polkružníc 2



Obrázok 15 : Obrázok z polkružníc v GG



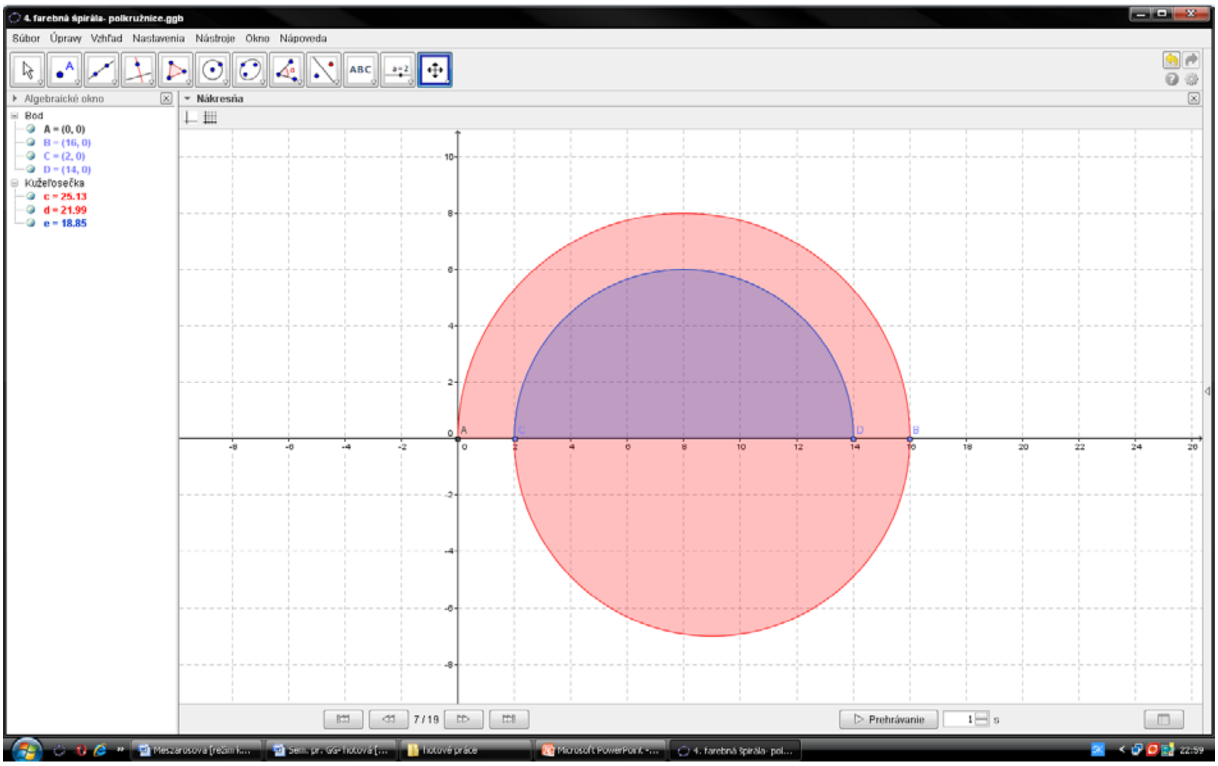
Obrázok 16 : Ornament z polkružníc

Obrázky tohto typu sú pre žiakov veľmi pútavé, zaujímavé, pracovali s veľkým nadšením. Využívali pri práci kružnice a polkružnice s rôznym polomerom, čím vznikali veľmi pekné obrázky. Vytvárali rôzne typy kvetov, oblúkov, špirál a podobne.

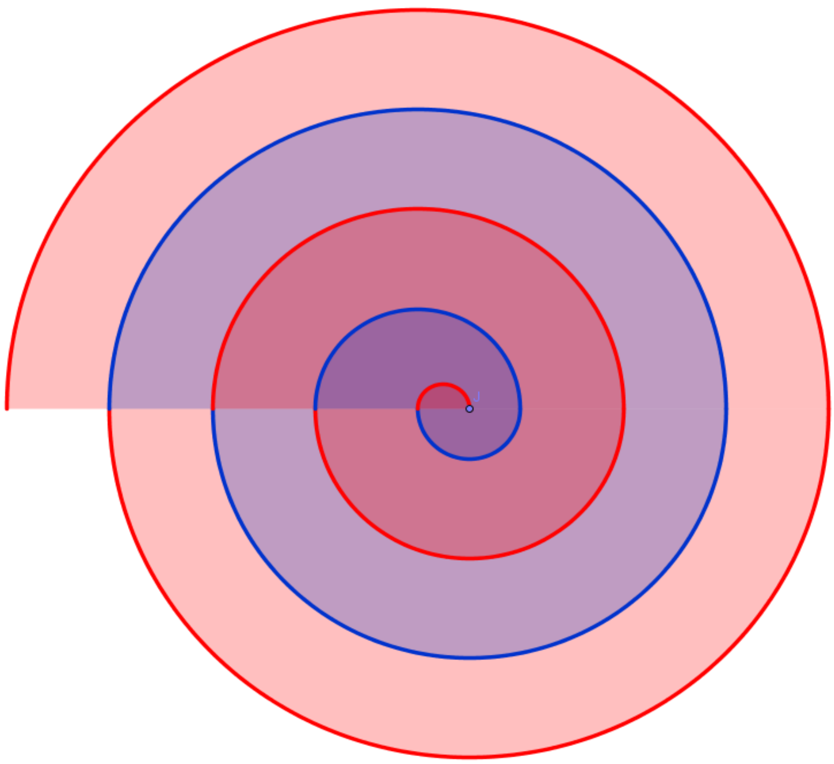
Rôzne typy špirál

a) využitie polkružníc s rôznym polomerom
b) zlatá špirála v zlatom obdĺžniku
c) Archimedová špirála

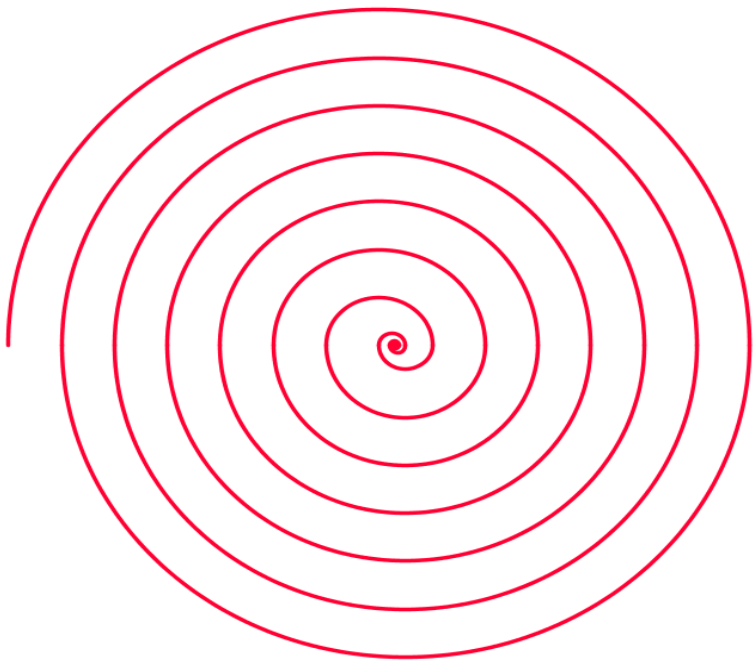
Farebná špirála : Začíname kružnicovým oblúkom s polomerom 8 cm, každý ďalší oblúk má polomer o 2 cm menší, ako predchádzajúci oblúk a musí sa plynule naviazať na predchádzajúci oblúk. Veľkosť obrazca si určíme podľa mriežky, prípadne podľa veľkosti polomeru prvej polkružnice a rozdielu ďalších polomerov.



Obrázok 17 : Základ pre kreslenie špirály



Obrázok 18 : Špirála z polkružníc s rôznym polomerom



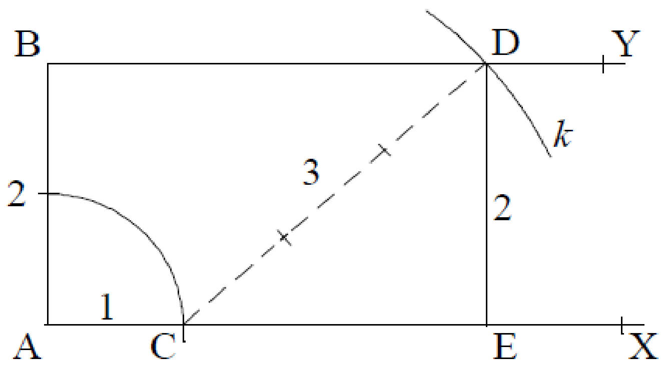
Obrázok 19 : Špirála z polkružníc s rôznym polomerom

KONŠTRUKCIA ZLATÉHO OBDĹŽNIKA

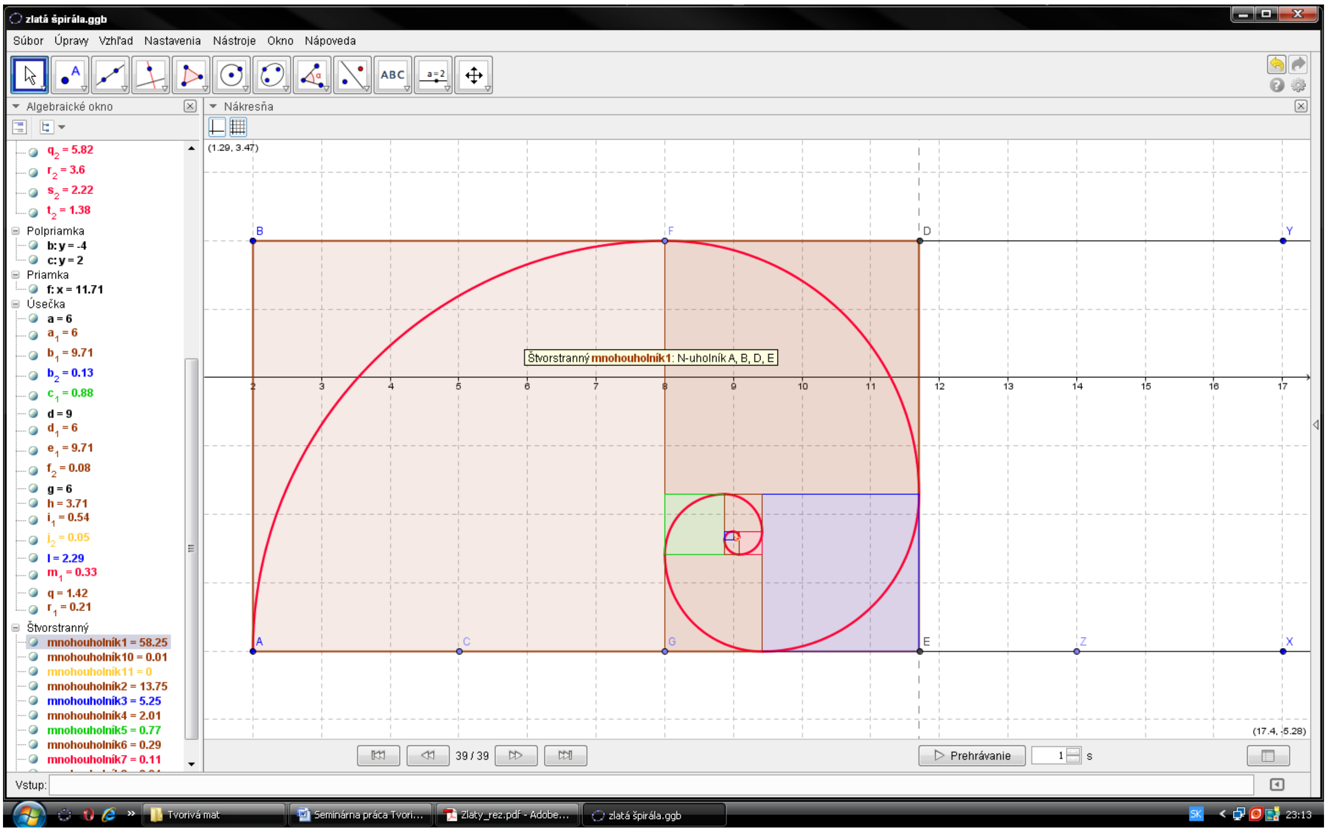
Podrobný popis ako zostrojiť zlatý obdĺžnik je popísaný v práci : Vlasta Chmelíková, Zlatý rez – zlatý obĺžnik. Univerzita Karlova Praha, Katedra : Didaktika matematiky, z roku 2006 strany 18 – 20, 22.

Zo zlatého obdĺžnika sa postupne vytvárajú štvorce a ďalšie zlaté obdĺžniky, do ktorých postupne rysujeme kružnicové oblúky a z nich vytvárame zlatú špirálu.

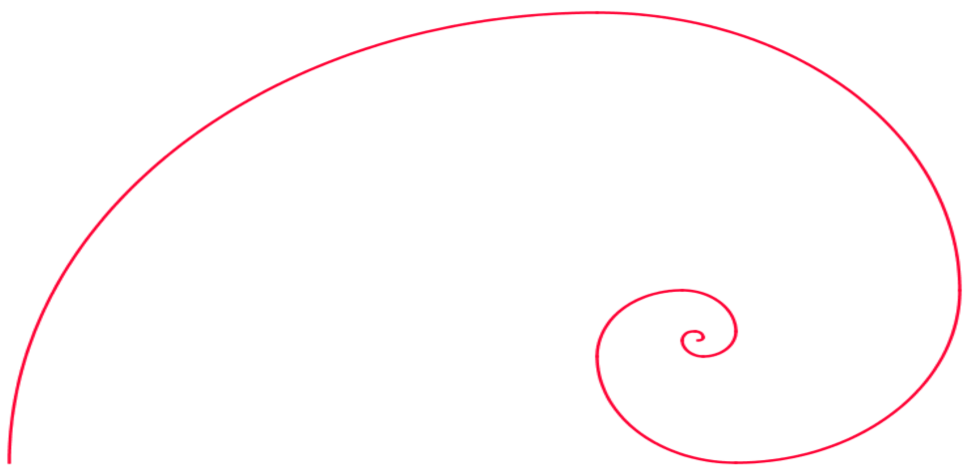
Na obrázku je postup zostrojenia základného zlatého obdĺžnika, z ktorého postupne tvoríme štvorce a opäť nové zlaté obdĺžniky, do ktorých postupne pomocou kružníc kreslíme zlatú špirálu. Čísla na obrázku nám predstavujú základné jednotky.



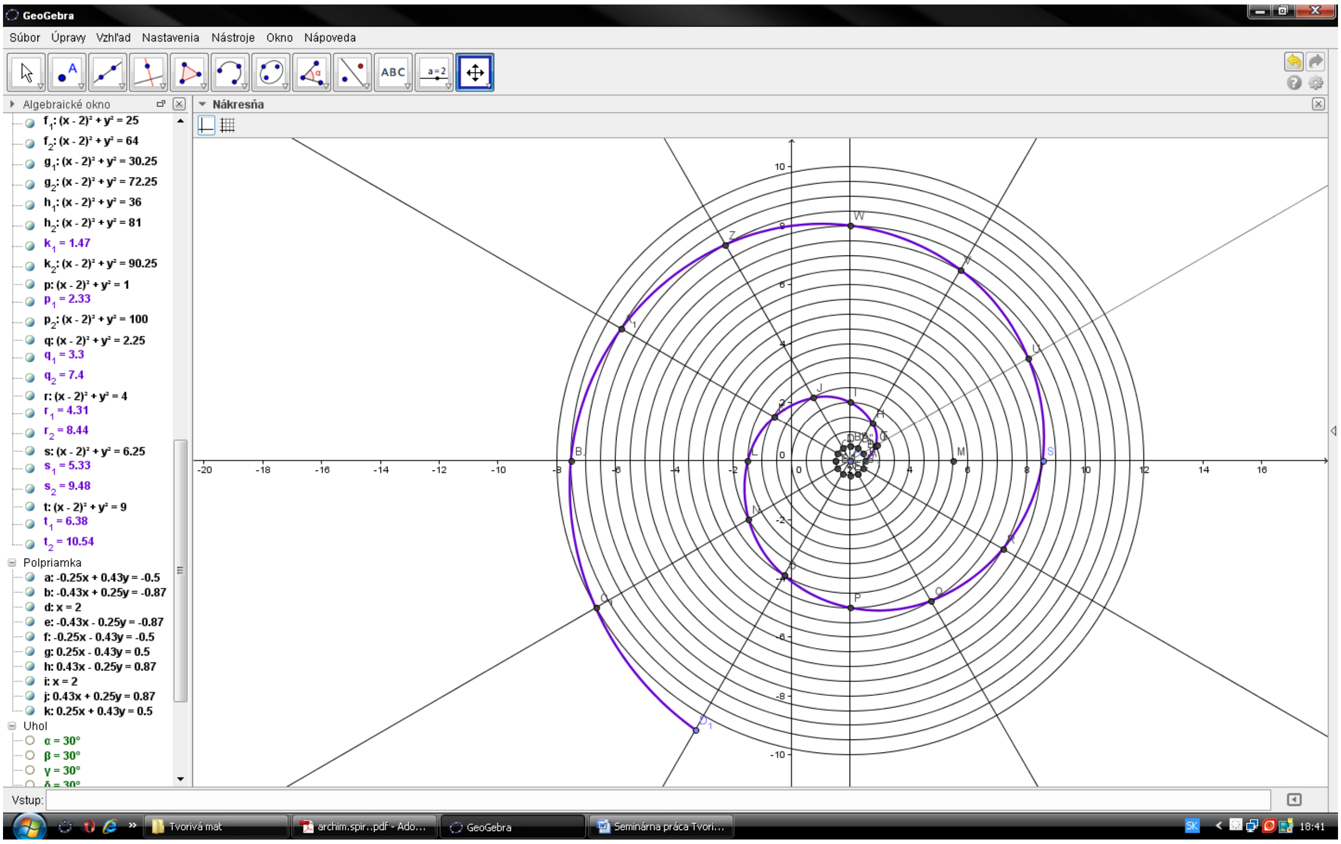
Obrázok 20 : Konštrukcia zlatého obdĺžnika



Obrázok 21 : Konštrukcia zlatej špirály v zlatom obdĺžniku



Obrázok 22 : Zlatá špirála



Obrázok 23 : Archimedova špirála

Kružnica je krivka, ktorá už pár tisícročí pomáha ľudstvu. Jej vlastnosti a definície sú veľmi užitočné pri riešení úloh v rôznych vedeckých odboroch. Kružnica ako jeden zo základných rovinných útvarov má nezastupiteľné miesto v matematike. Jej dôsledné pochopenie , umožní porozumieť ďalšie zložitejšie rovinné, či priestorové útvary a súvislosti medzi nimi.

VYUŽITIE KOMBINATORIKY V PRÍKLADOCH NA ZŠ

Kombinatorika na základnej škole je pomerne novým učivom, zaradeným do učebných plánov len nedávno. Príklady z kombinatoriky na úrovni základnej školy sa v starších typoch učebníc a zbierok z matematiky vyskytujú veľmi málo, problémom môže byť aj to, že toto učivo je zaradené na konci školského roka a preto naň môže učiteľovi v súvislosti s rôznymi koncoročnými aktivitami ostať málo času. Zaradenie kombinatoriky do učebných plánov na základnej škole je nanajvýš vhodné, pretože toto odvetvie matematiky dáva šancu aj menej talentovaným žiakom na to, aby ich matematika začala znovu baviť a zaujímať, taktiež rozvíja v žiakoch tvorivosť, systematickosť, logické myslenie. Tu sa slabší žiaci nemusia trápiť nad pochopením pre nich niekedy zložitých zaužívaných postupov na riešenie úlohy, ktoré im učiteľ predloží. V kombinatorike si môžu toto riešenie vytvoriť úplne samostatne a pri troške trpezlivosti a tvorivosti prídu sami aj na systém, ktorý treba do riešenia príkladov zaviesť, aby sa im niektoré správne možnosti „nestratili“.

Kombinatorika ponúka nový štart. Žiakom, ktorí boli neúspešní v matematike, kombinatorika dáva možnosť úspechu. Žiaci sú povzbudení zaujať iný pohľad na matematiku.

Kombinatorika ponúka nový štart. Žiakom, ktorí boli neúspešní v matematike, kombinatorika dáva možnosť úspechu. Žiaci sú povzbudení zaujať iný pohľad na matematiku.

ČO JE KOMBINATORIKA?

Matematika sa nachádza všade, sprevádza nás každodenným životom. Matematika sa týka bývania, cestovania, nakupovania potravín, čokolády, cukríkov, zmrzliny,volieb, počasia, zostavovania obrazcov a pod.

Takto zameranú matematiku voláme **kombinatorika , pravdepodobnosť a štatistika.**

Čo v prvom rade sledujeme pri matematických úlohách zameraných na kombinatoriku?

- Sledujeme, či záleží na usporiadaní jednotlivých prvkov
- Či sa jednotlivé prvky môžu alebo nemôžu opakovať
- Vypisovať všetky možné riešenia
- Zvoliť si správny a jednoduchý systém

Cieľom vyučovania kombinatoriky na základných školách nie je pojmové objasnenie klasických kombinatorických problémov ani odvodenie a použitie príslušných vzorcov, ale chceme dospieť k tomu, aby pomocou primeraných úloh, ktoré žiaci pri riešení rôznym spôsobom znázorňujú, pochopili určitý systém postupu práce, aby ich poznatky, ktoré sú v tejto oblasti väčšinou minimálne a nesystematické , viedli k pochopeniu toho, že väčšina príkladov má rovnakú štruktúru a rovnaký matematický model.

Vybrala som si žiakov 7. ročníka, ktorí sa s príkladmi s kombinatoriky stretli iba okrajove v iných matematických učivách. Zopakujeme si , čo sú to cifry, koľko cifier poznáme, koľko ciferné čísla poznáme, ako ich možno vytvoriť a pod.

Po úvode do kombinatoriky si so žiakmi zopakujem úlohy na vytvorenie dvojciferných čísel z dvoch, trojciferných čísel z troch daných cifier...., v ktorých sa jednotlivé číslice neopakujú.

Úloha 1 : Pomocou cifier 6 a 4 napíšte všetky dvojciferné čísla bez opakovania cifier. Koľko je takýchto čísel?

Poznámka : Prípadne zmením cifry za písmená.

Úloha 2 : Z písmen E a M napíšte všetky dvojpísmenové slová bez opakovania písmen. Koľko je takýchto slov? Zmení sa počet slov, ak sa písmená môžu opakovať? O koľko?

Potom pristúpim k riešeniu podobných, ale trochu náročnejších úloh.

KOMBINATORIKA V ÚLOHÁCH

VŠETKY MOŽNÉ USPORIADANIA DANÉHO POČTU PRVKOV

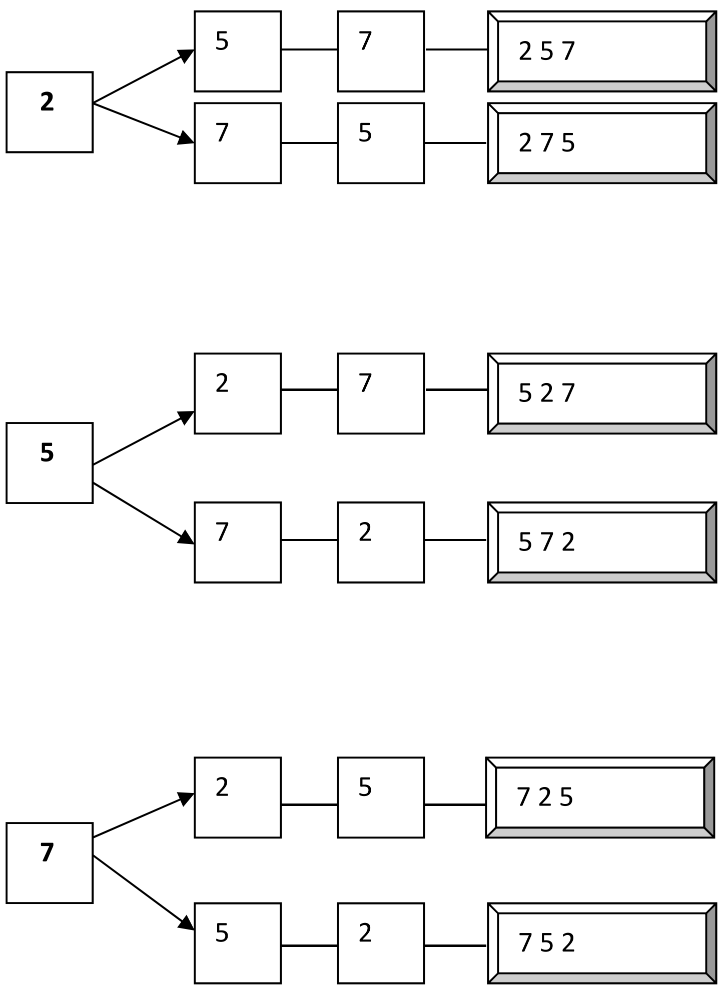
Príklad 1

Pomocou cifier 2, 5, 7 napíšte všetky trojciferné čísla bez opakovania cifier . Koľko je takýchto čísel ?

Úlohu nechám najprv riešiť žiakov samostatne, po ukončení riešenia si žiaci porovnávajú vzájomne riešenia . Hľadajú spôsob, ako prísť na systém, ktorí by využili aj na nájdenie všetkých štvor- alebo viaciferných čísel. Žiakom ukážem jednoduchú schému tvorenia stromového grafu a usmerním ich , aby pomocou neho zapísali všetky trojciferné čísla zostavené z cifier 2, 5, 7.

Riešenie :

Na prvé miesto (rád stoviek) napíšem číslicu 2. Potom na druhé miesto (rád desiatok) číslice 5, 7. Na chýbajúcom treťom mieste (rád jednotiek) môže stáť len tretia číslica, ktorá na prvých dvoch miestach chýba. Podobne budem postupovať aj v prípade , keď na miesto stoviek napíšem 5 alebo 7.



Odpoveď : Pomocou cifier 2, 5, 7 môžeme bez opakovania cifier zapísať tieto čísla : 257, 275, 527, 572, 725, 752. Počet čísel je 6 (3.2.1 =6).

Práca žiakov – pozorovanie z hodiny : Žiaci pracovali vypisovaním čísel náhodne, nehľadali v riešení žiadny systém. Až keď som im ukázala systém stromového grafu, usúdili, že týmto spôsobom majú úlohu vyriešenú rýchlejšie a nezabudnú na žiadne číslo.

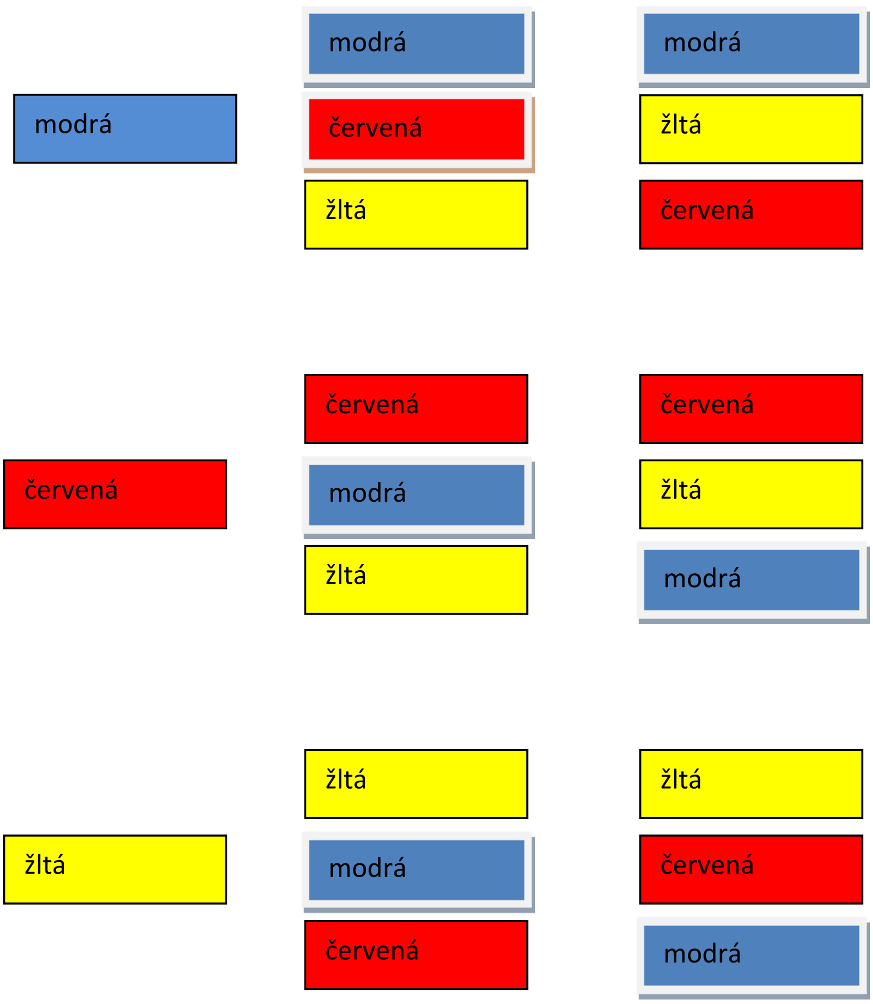
Ďalej sme so žiakmi riešili podobný príklad, kde som využila farby.

Príklad 2

Nakreslite všetky rôzne trojpásové trojfarebné zástavy modrej, červenej a žltej farby. Koľko je takýchto rôznych zástav ?

Riešenie :

Žiakov som nechala voľne pracovať, ich práca už nadobúdala črty určitej systematickosti. Žiaci si zafarbili vždy rovnakej farby horný pás a k nemu kombinovali zvyšné dve farby.

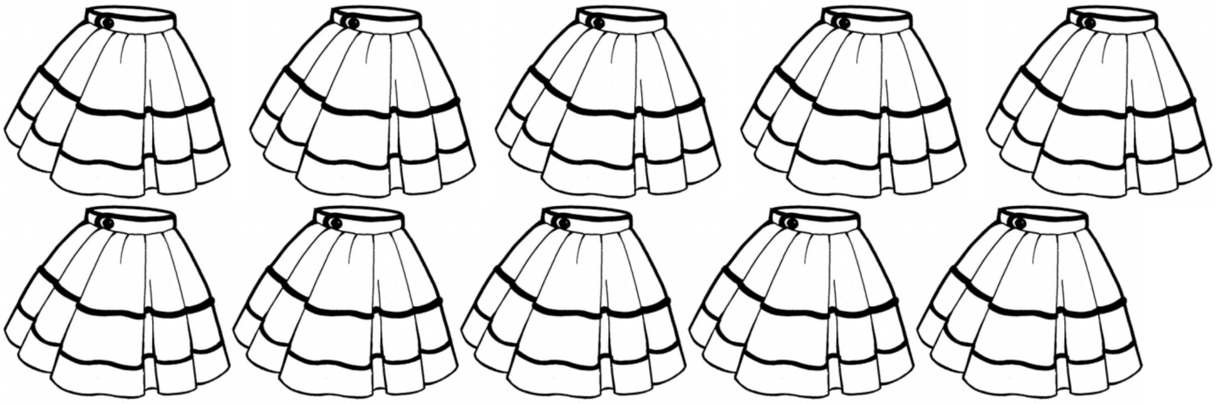


Odpoveď : Z obrázku sme zistili, že možno vyhotoviť 6 rôznych trojfarebných zástav : mčž, mžč, čmž, čžm, žmč, žčm.

V príklade som využila aj medzipredmetové vzťahy matematika - geografia, pretože žiaci dostali za domácu úlohu zistiť, či niektorý štát sveta alebo Európy má vlajku z týchto farieb.

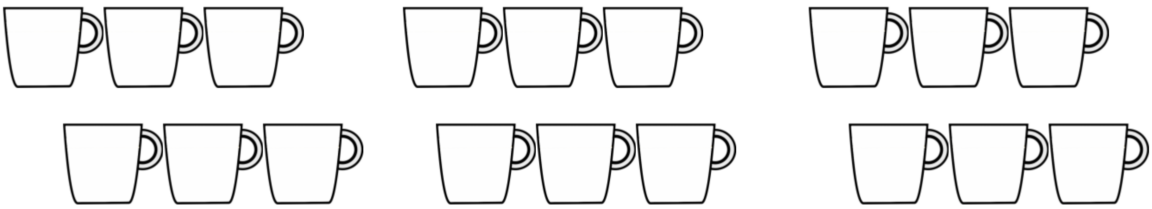
Úloha 1

Máš tri farby látky – červenú zelenú a bielu. Tvojou úlohou je navrhnúť všetky možné farebné kombinácie sukní, ak sa farby na sukniach neopakujú. (sukničiek je viac)



Úloha 2

Tri šálky (červenú modrú a zelenú) chceme na poličku umiestniť vedľa seba, koľko máme možností?



Príklad 3

Pomocou číslic 4, 5, 8, 9 napíšte všetky trojciferné čísla bez opakovania cifier. Koľko je takýchto čísel ?

Riešenie

Prvú cifru (rádu tisícok) môžeme zvoliť štvorakým spôsobom. Môže to byť cifra 4, 5, 8, 9. Druhú cifru ku každej prvej môžeme zvoliť trojakým spôsobom : 5,8,9 4,8,9 4,5,9 4,5,8. Pri každej voľbe prvej a druhej cifry môžeme tretiu cifru zvoliť dvojakým spôsobom a štvrtú cifru len jedným spôsobom.

Ďalšie zaujímavé úlohy :

Úloha 3

Na majstrovstvách sveta v hokeji sú družstvá rozdelené do dvoch skupín po 8 (A,B,C,D,E,F,G,H). V každej skupine hrá každý s každým práve raz. Koľko zápasov sa hrá v jednej skupine ? Koľko v oboch?

Dokonči toto riešenie : A – B B – C C – D

A – C B –D C –

A –D

Urob riešenie stromovým grafom :

Pokús sa vyriešiť úlohu pomocou tabuľky:

Úloha 4

Marek má v peračníku pastelky v tomto poradí: oranžová, fialová, žltá a červená. Toto poradie sa mu nepáči a chce to zmeniť, ale chce, aby prvá pastelka zostala oranžová. Ako môže zmeniť poradie?

Úloha 5

V školskej jedálni žiaci dostávajú trikrát za týždeň ovocie. Dostávajú jablká, kivi, hrušky a mandarínky. Aké druhy ovocia môžu dostať za jeden týždeň, ak sa ovocie nesmie opakovať?

Úloha 6

Na výtvarnej výchove žiaci maľovali dúhu. Mala mať 6 vyfarbených pásov. Žiaci mali k dispozícii 6 farieb (žltú, zelenú, modrú, červenú, hnedú a fialovú). Ako rôzne mohli žiaci dúhu vymaľovať?

Úloha7

Ivka má 5 jabĺk (červené, žlté, žltozelené, zelené, ružové). Nakresli, v akom poradí ich môže uložiť, ak nemôže byť červené vedľa zeleného a ružové vedľa žltozeleného.

V prvej časti kombinatoriky riešim so žiakmi len také úlohy, keď daný počet prvkov (číslic, farieb, súťažiacich...) je potrebné usporiadať všetkými možnými spôsobmi, bez opakovania prvkov. Neskôr riešim už náročnejšie príklady a úlohy, keď z daného počtu prvkov (cifier, farieb, súťažiacich a pod.) všetkými možnými spôsobmi vyberieme menšiu nanajvýš rovnako početnú skupinu prvkov a vytvoríme ich všetky možné usporiadania. Žiaci sa ale presvedčia, že ak vyberieme všetky prvky danej skupiny, tak riešime podobné úlohy ako v prvej skupine.

Ďalšie skupiny kombinatorických úloh :

1. **Výber a usporiadanie prvkov**
2. **Výber prvkov bez ich usporiadania**
3. **Úlohy z kombinatoriky , ktoré vedú na súčin a pod.**

V úlohách rozvíjajúcich kombinatorické myslenie žiaci prostredníctvom hier a manipulatívnych činností získavajú :

- skúsenosti s organizáciou konkrétnych súborov predmetov podľa zvoleného ľubovoľného a podľa vopred daného určitého kritéria.

- vedia z daného počtu prvkov vybrať skupinu s daným počtom prvkov podľa určeného pravidla a vypočítať počet možností výberu.
- sú schopní orientovať sa v množine údajov. Tvorenie dvoj-, troj-, štvorciferných čísel (prvkov) z daného počtu číslic (prvkov)
- vedia riešiť slovné(kontextové) úlohy s kombinatorickou motiváciou – rôznymi spôsobmi,
- propedeutika kombinatoriky – zhromažďovanie, usporiadanie a grafické znázornenie údajov

Výkony:

- systematicky usporiadať malý počet prvkov podľa predpisu
- z daného počtu prvkov vybrať usporiadanú skupinu prvkov,
- vedieť pokračovať v danom systéme
- vypisovať všetky možnosti podľa určitého systému
- tvoriť systém- strom logických možností, na vypisovanie všetkých možností
- objavovať spôsob tvorenia všetkých možných riešení – objavovať podstatu daného systému vo vypisovaní možností
- systematicky usporiadať daný počet predmetov, (prvkov, údajov) všetkými možnými spôsobmi do skupín

ZÁVER

Cieľom mojej práce bolo využitie nového, voľne dostupného programu GeoGebra vo vyučovacom procese v predmete matematika. Tento program vytvára názorné, dynamické a zároveň užívateľsky príjemné prostredie.

Zavedením programu GeoGebra do vyučovania som zistila nasledovné:

- Zvýšila sa efektivita vyučovacieho procesu a aktivita sa preniesla na žiaka. Aktivita žiakov sa podstatne zvýšila. Žiakov to veľmi zaujalo – hravá forma. Okamžitá názornosť toho, čo vysvetľujem.
- Časová úspora na hodine aj domácej príprave žiaka na vyučovanie. Tvorba vlastných úloh, modulov, postupov. Zvýšila sa atraktivita matematiky. Žiaci sa na hodiny s prácou v programe Geogebra tešili.
- Program GeoGebra poskytuje možnosť využívania odborných znalostí k tvorbe vlastných apletov, môže byť využitý ako prezentácia na hodinách, na zadávanie samostatných prác žiakom doma aj v škole, ako zdroj úloh s premenlivým zadaním, ako motivácia a spestrenie vyučovacej hodiny.

Výsledky mojej práce sa dajú využiť priamo vo vyučovaní na hodinách matematiky, ale aj na záujmových útvaroch, ako sú cvičenia z matematiky, zábavná matematika, kreslíme a hráme sa s matematikou a pod.

ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY

Ján Žabka, Pavol Černek 2011. Matematika pre 8.ročník ZŠ a 3. ročník gymnázií s osemročným štúdiom- 1.časť . Bratislava : Orbis Pictus Istropolitana, spol.s.r.o. 2011, 143 strán, ISBN 978-80-8120-107-3

Ján Žabka, Pavol Černek 2012. Matematika pre 8.ročník ZŠ a 3. ročník gymnázií s osemročným štúdiom- 2.časť . Bratislava : Orbis Pictus Istropolitana, spol.s.r.o. 2012, 143 strán, ISBN 978-80-8120-125-7

Ondrej Šedivý, Soňa Čeretková, Mária Malperová, Ľudovít Bálint 1999. Matematika pre 6.ročník základných škôl – 2.časť. Bratislava : Slovenské pedagogické nakladateľstvo.1999, 143 strán, ISBN 80-08-02678-2

Ondrej Šedivý, Soňa Čeretková, Mária Malperová, Ľudovít Bálint 2000. Matematika pre 7.ročník základných škôl – 2.časť. Bratislava : Slovenské pedagogické nakladateľstvo.2000, 158 strán, ISBN 80-08-02680-4

Miroslav Telepovský, 2007. Prázdninová matematika, 9.ročník. Nitra : Enigma.2007, 78 strán, ISBN 978-80-89132-41-6

Bálint, Ľ., Balúchová, A., Černek, P. a kol. 2010. Štátny vzdelávací program: Matematika. Bratislava : Štátny pedagogický ústav. 2010, 45 strán, dostupné na http://www.statpedu.sk/files/documents /svp/2stzs/isced2/vzdelavacie_oblasti/matematika_isced2.pdf,

Koreňová, B. 2005. Výchova geometriou ku vnímavosti, rozpoznávaniu a kreativite. 2005, ročník 14, SjF STU Bratislava, ISBN 80 – 227 – 2278 - 2

Gabriela Galliková, Soňa Čeretková. Euklidovo vajce ako konštrukčná úloha v GeoGebre,2010, Katedra matematiky, FPV , UKF v NR

Vlasta Chmelíková . Zlatý rez, 2006. Univerzita Karlova , Praha, Matematicko – fyzikálna fakulta, Katedra : Didaktika matematiky.

http://www.geogebra.org,

http://www.infovek.sk

http://www.geogebra.org,

ADRESA AUTORA

Mgr. Emília Meszárošová
ZŠ sv. Marka
Petzwalova 1
949 11 Nitra
emilia.meszarosova@centrum.sk