

ÚROVEŇ ŠTATISTICKÉHO MYSLENIA V PIATOM ROČNÍKU ZÁKLADNEJ ŠKOLY

EVA PINDESOVÁ

ABSTRAKT

Vo svojej práci som sa venovala prieskumu úrovne štatistického myslenia v piatom ročníku základnej školy. Ako motivácia sú použité pracovné listy (László a kol., 2010), ktoré žiaci riešili intuitívne, bez úvodného výkladu. Po ich vypracovaní, a teda prvom kontakte so štatistikou v piatom ročníku, mali za úlohu vypracovať vlastný štatistický prieskum. Niektorí zvládli túto úlohu bravúrne, iní zatiaľ dosahujú len nižšiu úroveň štatistického myslenia v rôznych jeho častiach. Kvôli názornosti sú uvedené aj žiacke riešenia a ich komentár.

ÚVOD

Kombinatorika, pravdepodobnosť a štatistika je do vyučovania matematiky v piatom ročníku základnej školy zaradená podľa Štátneho vzdelávacieho programu pre 2. stupeň základnej školy v Slovenskej republike, ISCED 2 – nižšie sekundárne vzdelávanie, časť 5.1.2 MATEMATIKA A PRÁCA S INFORMÁCIAMI len do tematického celku IV. *Riešenie aplikačných úloh a úlohy rozvíjajúce špecifické matematické myslenie, a to:*

- Zhromažďovanie, usporiadanie a grafické znázornenie údajov.
- Voľba stratégie a zisťovanie počtu.
- Pravdepodobnostné hry, pokusy, pozorovania.
- Zisťovanie počtu náhodných udalostí pri pokusoch.

Tento tematický okruh sa na 1. stupni základnej školy objavuje tiež len v podobe úloh. Žiaci takéto úlohy na 1. stupni ZŠ riešia manipulatívnu činnosťou s konkrétnymi objektmi, pričom vytvárajú rôzne skupiny predmetov podľa určitých pravidiel (usporiadávajú, rôzne zoskupujú), pozorujú frekvenciu výskytu určitých javov, udalostí a zaznamenávajú ich.

Seminárna práca je zameraná na štatistiku v piatom ročníku základnej školy, a teda na zhromažďovanie, usporiadanie a grafické znázorňovanie údajov.

ZHROMAŽĎOVANIE, USPORIADANIE A GRAFICKÉ ZNÁZORŇOVANIE

ÚDAJOV

V úvode učiva zameranom na štatistiku boli žiakom pripravené pracovné listy so štatistickými úlohami, v ktorých bolo treba vedieť čítať a použiť údaje z hotových tabuliek a grafov. Žiaci tieto úlohy zvládli bez zjavných problémov.

Ukážky pracovných listov (László a kol., 2010):

PRACOVNÝ LIST Č. 1

NAŠA ŠKOLA

Petrov spolužiak Jožko sa presťahoval s rodičmi do susedného okresu. Jožko mal svoju bývalú školu veľmi rád a vždy sa pýtal Petra, čo majú na škole nové.

Peter chcel Jožka potešiť, a tak mu vytvoril prehľad počtu žiakov v jednotlivých triedach jeho základnej školy v roku 2010.

Úloha 1

Nasledujúca tabuľka znázorňuje počet žiakov v Petrovej základnej škole.

Tabuľka 1

Triedy	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	spolu
Počet žiakov	28	22	25	37	30	27	29	20	22	

Koľko žiakov chodí do 7. triedy?

V ktorej triede je najviac žiakov?

Koľko žiakov chodí do 1. triedy?

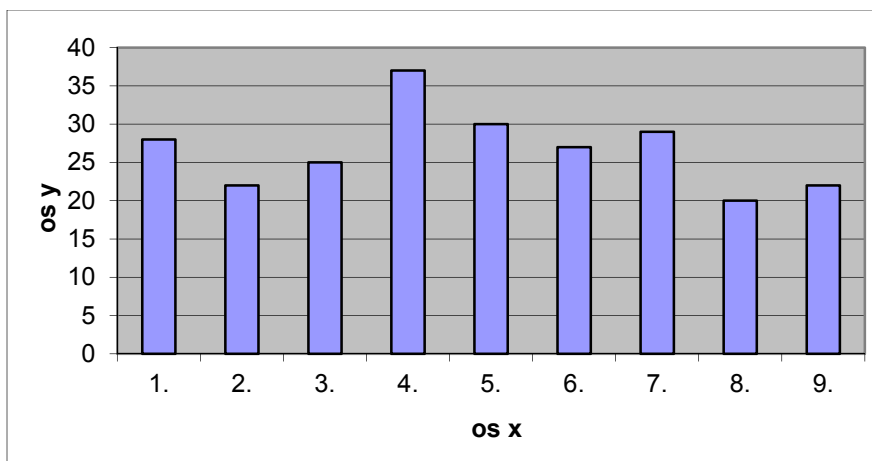
Koľko žiakov spolu chodí do základnej školy?

O koľko žiakov viac chodí do 1. triedy ako do 9. triedy?

Medzi ktorými triedami je najväčší rozdiel v počte žiakov?

Úloha 2

Nasledujúci stĺpcový diagram znázorňuje počet žiakov v Petrovej základnej škole.

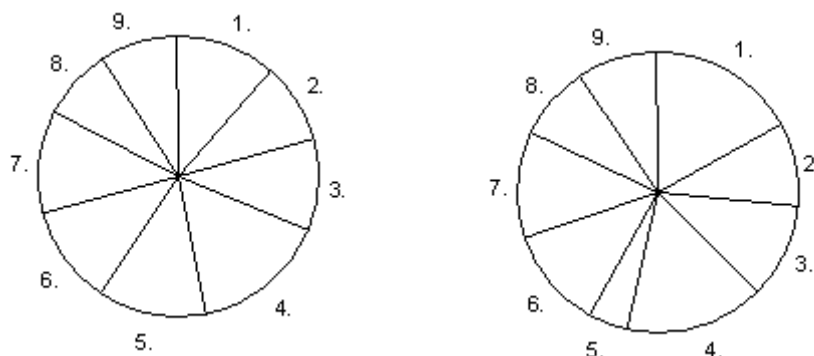


Obrázok 1

Čo znázorňuje os x a os y na grafe? Čomu sa rovná počet stĺpcov?

Úloha 3

Ktorý z kruhových diagramov znázorňuje počet žiakov Petrovej školy?



Obrázok 2

PRACOVNÝ LIST Č. 2

TELOCVIK

Žiaci 5.A triedy majú telesnú výchovu. Keďže bola Anička týždeň chorá, je oslobodená od cvičenia na telesnej výchove. Aby sa však na hodine nenudila, zobrala si so sebou zápisník a všímala si výkony svojich spolužiakov. Údaje si zapisovala do tabuľky.

Tabuľka 2

P. č.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	spolu
Počet preskokov	52	15	40	66	75	80	20	39	63	50	

Úloha 1

Ako rozcvičku skákali jej spolužiaci cez švihadlo. Počítala počet ich preskokov. Skákanie cez švihadlo:

Doplň do nasledovných viet číselné údaje.

Maximálna hodnota je skokov cez švihadlo. Dosiahol ju žiak s poradovým číslom

Minimálna hodnota je skokov cez švihadlo. Dosiahol ju žiak s poradovým číslom

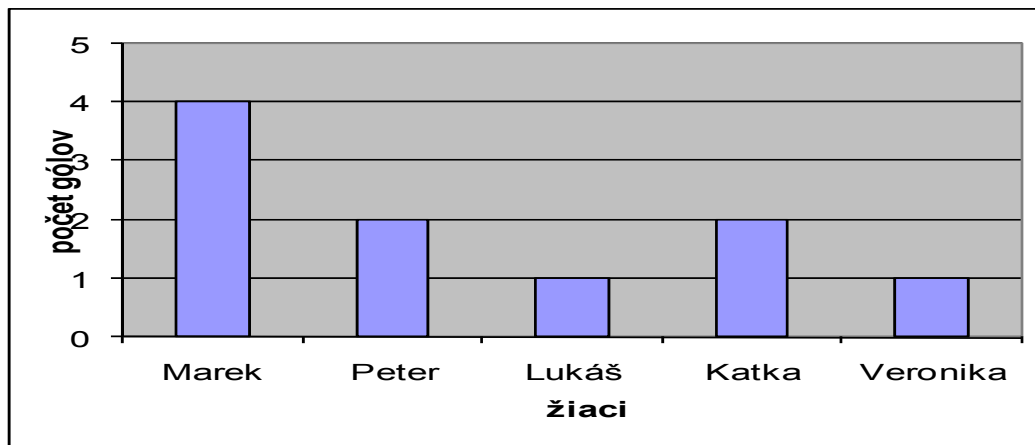
Žiak s poradovým číslom 5 urobil preskokov cez švihadlo.

Počet preskokov 66 dosiahol žiak s poradovým číslom

Celkový počet preskokov, ktoré napočítala Anička u 10 svojich spolužakov je

Úloha 2

Po rozcvičke si zahrali futbal chlapci proti dievčatám. Pri ňom si Anička všimla, kto dal koľko gólov do brány. Výsledok znázornila do grafu.



Obrázok 3

Prepíš údaje z grafu do tabuľky.

Tabuľka 3

Žiaci						spolu
Počet gólov						

Futbal sa skončil stavom chlapci : dievčatá = :

Vyhrali

PRACOVNÝ LIST Č. 3

BUDÍK

Mamička vstáva zvyčajne do práce o šiestej hodine ráno. Každé ráno ju budí klasický ručičkový budík. Jej trojročná dcéra Terezka vstáva každé ráno o ľubovoľnej hodine, pretože nemusí vstávať ráno do škôlky. Doma býva s babkou.

Úloha 1

Terezka chcela, aby mamička nešla ráno do práce, a tak jej prestavila budík.

Posunula budíkovú ručičku na dvanástku. Koľko hodín spala mamička, ak išla spať o 21:00?

Mamička spala hodín.

Úloha 2

Terezka chodí spať každý večer o 20:00 hod. Jej zvyčajné vstávanie, ktoré si podrobne zaznamenáva babička nám znázorňuje tabuľka. Doplň údaje v tabuľke.

Tabuľka 4

Dni	Pondelok	Utorok	Stred	Štvrtok	Piatok	Sobota	Nedeľa
Čas	7:00	7:00	8:00	8:00	9:00	7:00	9:00
Počet hodín spánku							

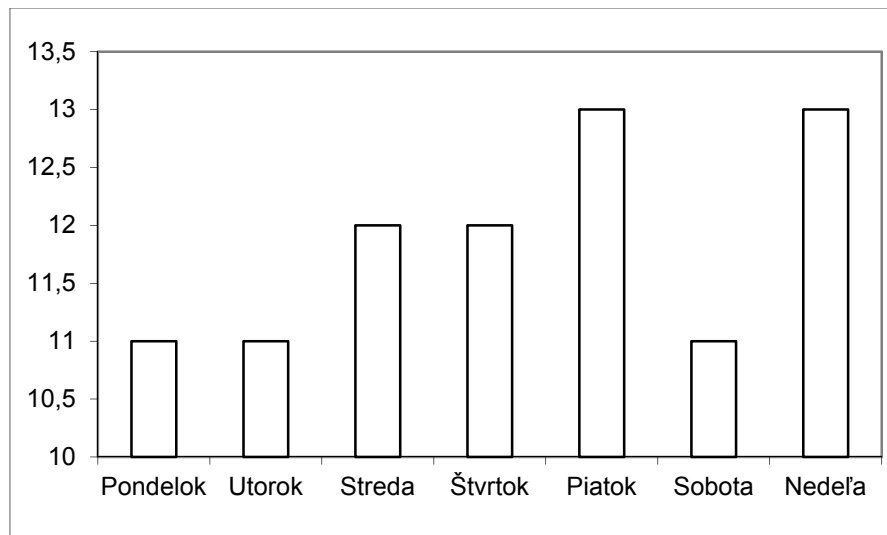
V ktoré dni spáva Terezka najdlhšie? V ktoré dni spáva Terezka najkratšie?

Úloha 3

Stĺpcový graf znázorňuje koľko hodín denne spáva Terezka.

Dopíš nad každý stĺpec v grafe jeho číselnú hodnotu.

Vyfarbi stĺpce v tých dňoch, kedy Terezka spala viac ako 11 hodín.



Obrázok 4

PRACOVNÝ LIST Č. 4

OBCHOD

Do obchodu s darčekomými predmetmi prišiel nový tovar. Aby predavačka upútala novým tovarom okoloidúcich, rozhodla sa vystaviť niektoré kusy vo výklade. Do stredy výkladu chce umiestniť 4 rôznofarebné šálky. Nevie sa však rozhodnúť ako ich usporiada.

Úloha 1

Koľko rôznych spôsobov má predavačka na umiestnenie štyroch rôznofarebných šálok do výkladu? K dispozícii má šálky modrej, fialovej, zelenej a červenej farby.

Úloha 2

Vedúca predajne chce, aby modrá a fialová šálka boli umiestnené vedľa seba.

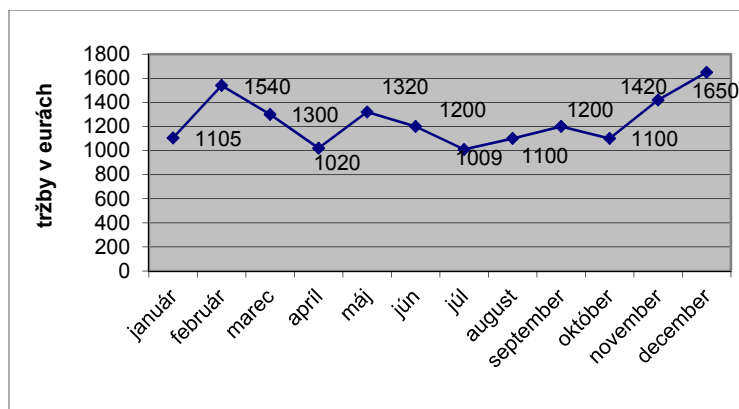
Koľko má predavačka možností na usporiadanie šálok?

O koľko sa znížil počet možností oproti prvej úlohe?

Aký by bol počet možností, ak by vedúca chcela, aby boli pri sebe šálky zelenej a červenej farby?

Úloha 3

Vedúca chce zvýšiť tržby darčkového obchodu. Chce preskúmať mesačné tržby za kalendárny rok 2009 a zistiť, v ktorých mesiacoch sú tržby minimálne.



Obrázok 5

Graf znázorňuje jednotlivé mesačné tržby darčkového obchodu za kalendárny rok 2009. Prepíš údaje z grafu do tabuľky.

Tabuľka 5

Mesiac	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	spolu
Tržba													

V ktorom mesiaci mal darčkový obchod minimálne tržby?

V ktorých mesiacoch mal obchod tržby pod 1200€ ?

V ktorom mesiaci mal obchod maximálne tržby?

NAJČASTEJŠIE CHYBY A NEDOSTATKY ŽIACKYCH RIEŠENÍ

- priradiť kruhový diagram, v ktorom chýbali číselné údaje, k zostavenej tabuľke, niektorí žiaci nevedeli ešte porovnať proporčné rozdiely medzi jednotlivými časťami
- neschopnosť definovať premennú, ktoré znázorňujú jednotlivé osi súradnicovej sústavy pri stĺpcovom grafe, i keď boli očividné, že vedia, o čom graf hovorí, lebo z neho vedeli čítať; nedostatok vidím skôr v neschopnosti vyjadrovať sa
- pri čítaní z tabuliek rozdiely medzi hodnotami našli bez problémov, ale nenapadlo im hneď odpovedať na otázku o najväčšom rozdiely názvom skupiny reprezentujúcej znak, ale hodnotami, ktoré boli danému znaku priradené; po opätovnom opýtaní sa však už odpovedali správne

V ďalšej časti sa od žiakov žiada uskutočniť prieskum v triede, zhromaždiť zistené údaje, usporiadať ich a napokon graficky znázorniť vhodne zvoleným grafom.

PRIESKUM - KRÚŽKOVÁ ČINNOSŤ V TRIEDE

Úloha 1

Urob vo svojej triede prieskum a zisti, aké krúžky navštevujú všetci žiaci tvojej triedy. Zistené údaje vrátane údajov o krúžkoch, ktoré navštevuješ ty, zapíš do prehľadnej tabuľky.

Riešenie

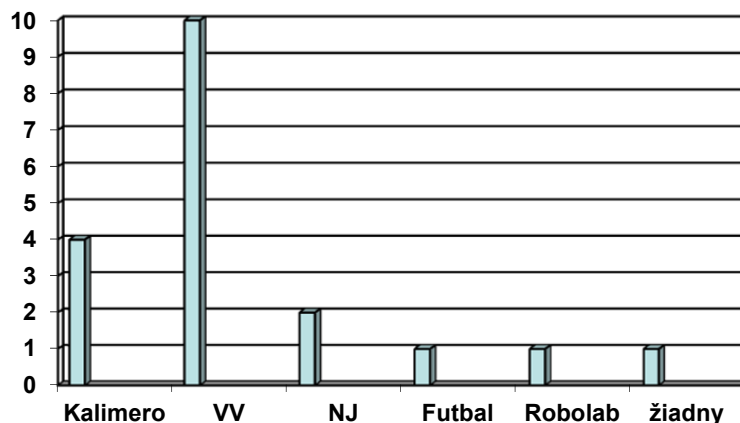
Tabuľka 6

Názov krúžku	Kalimero	Krúžok výtvarnej výchovy	Hravá nemčina	Futbalový krúžok	Robo-Lab	Žiadny krúžok	Spolu
Počet žiakov	4	10	2	1	1	1	18

Úloha 2

Zostroj k zostavenej tabuľke vhodný graf.

Riešenie



Obrázok 6

Je vhodné zvoliť si stĺpcový, prípadne bodový diagram a nie kruhový, nakoľko množiny jednotlivých krúžkov žiakov nie sú disjunktné – niektorí žiaci chodia na viac krúžkov zároveň.

Úloha 3

Na základe zistených údajov zaznamenaných tabuľkou a grafom odpoveď na nasledujúce otázky:

Otázka 1: Pomocou tabuľky rozhodni, minimálne koľko žiakov tvojej triedy chodí na viac ako jeden krúžok, ak vieš, že je vás 14?

Otázka 2: Na ktorý z krúžkov chodí najviac žiakov tvojej triedy?

Otázka 3: Na ktorý z krúžkov chodí najmenej žiakov tvojej triedy?

Otázka 4: Na ktorý krúžok chodia viac ako traja žiaci tvojej triedy?

Otázka 5: Vieš na základe grafu, ktorý si zostrojil, určiť počet žiakov tvojej triedy? Svoje tvrdenie odôvodni.

Riešenie

Otázka 1: Celkový počet žiakov navštevujúcich všetky krúžky je 18, pričom aspoň jeden krúžok navštevuje 13 žiakov triedy.

Teda aspoň jeden žiak navštevuje o 5 krúžkov viac, celkový počet krúžkov je ale 5, takže by jeden musel navštevovať ten istý krúžok dvakrát, a to nejde.

Ďalšia možnosť je, že jeden žiak navštevuje o 4 krúžky viac a iný o 1 krúžok viac, teda minimálne dvaja žiaci navštevujú viac ako 1 krúžok.

Nakoľko je však na škole pravidlo, že jeden žiak navštevuje najviac dva krúžky, brali to žiaci ako podmienku. Potom je správna odpoveď aspoň piati žiaci navštevujú viac ako jeden, a to presne dva krúžky.

Otázka 2: Najviac žiakov chodí na krúžok výtvarnej výchovy.

Otázka 3: Najmenej žiakov chodí na krúžky a futbal.

Otázka 4: Viac ako traja žiaci triedy chodia na krúžky kalimero a výtvarnú výchovu.

Otázka 5: Nie, pretože niektorí žiaci chodia na viac ako jeden krúžok.

Analýza úlohy (úrovne podľa Jones et al., 2000):

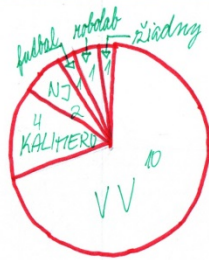
Popis reprezentácie údajov: Popis reprezentácie údajov, ich organizácia a zjednodušovanie je u žiakov rovnaké. Niektorí najprv zabudli zaznamenať žiaka, ktorý nenavštevuje žiaden krúžok. Iným bolo treba trochu pomôcť so záhlavím. Žiaci vedeli vyplniť tabuľku z údajov, ktoré získali prieskumom v triede. Väčšina žiakov dosiahlo úroveň 2.

Organizácia a zjednodušovanie údajov: Nakoľko krúžky písali názvami, mali triedenie údajov jednoduché a všetci žiaci zvládli na úrovni 2. Tabuľky zaznamenávajú zistené údaje, neobsahujú však súčet zistených údajov ani celkový počet žiakov triedy, čo by im pomohlo v riešení ďalších úloh.

Reprezentácia údajov: Štyria zo štrnástich žiakov sa rozhodlo pre kruhový diagram. Boli výrazne nepresné a vzhľadom na úlohu nevhodne zvolené. Úroveň zvládnutia týmito žiakmi bola 1. Zvyšní desiaty robili stĺpcový diagram. Ani jeden z nich nevyznačil názvy osí súradnicovej sústavy, čo v piatom ročníku ešte nie možné považovať za nedostatok. Nie vždy tiež priradili k stĺpcom na osi x-ovej názov krúžku, ktorý predstavovali. Počet žiakov na osi y – ovej bol vždy vyznačený číslami. Celkovo prevládala úroveň 2.

Analýza a interpretácia údajov: Otázky boli zamerané na čítanie z tabuľky a z grafu, ktorý deti zostrojili. Spoločnou analýzou schopnosti zistiť odpoveď na jednotlivé otázky neskôr niektoré deti pochopili nedostatky vo svojich grafoch. Predovšetkým pri otázkach 1 a 5 bola veľmi často dosiahnutá len úroveň 1, u asi troch žiakov úroveň 2 a traja mali úroveň 3, musia však popracovať na svojej schopnosti argumentovať.

krúžok	kalimero	VV	NJ	futbal	robotab	žiadny
počet žiakov	4	10	2	1	1	1

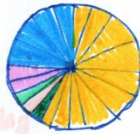


- Úloha 1. Aspoň 9 žiaci
- Úloha 2. Na výtvornú rohovu
- Úloha 3. Na robotab a futbal
- Úloha 4. Na kalimero a VV
- Úloha 5. nie! Predozí skoro každý žiak chodí na viaceré krúžky

Obrázok 7

Krúžok	Kalimero	Výtvorná	NJ	futbal	robotab	žiadny
Počet	4	10	2	1	1	1

- → KALIMERO
- → VVT
- → NJ
- → FUT
- → Robotab
- → ŽIADNY

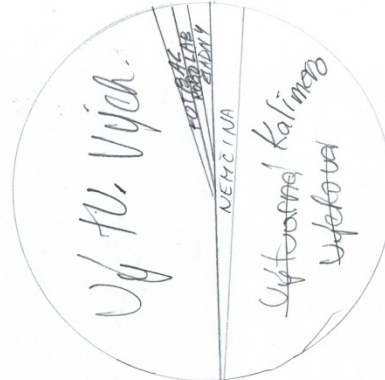


- ① 13
- ② výtvorná
- ③ futbal, robotab
- ④ kalimero, vvt
- ⑤ nie
- * žiak → viac krúžkov

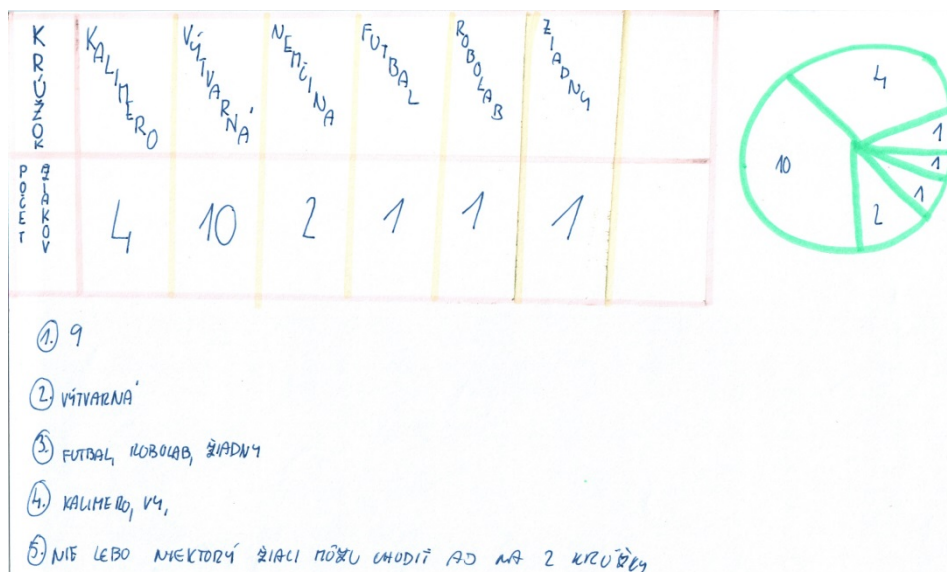
Obrázok 8

krúžok	Kalimero	Výtvorná	Nemčina	Futbal	Robotab	Žiadny
počet žiakov	4	10	2	1	1	1

- ① 2
 - ② - výtvorná
 - ③ - futbal, robotab
 - ④ - kalimero, VV
 - ⑤ - nie
- lebo niekto môže chodiť aj na viac krúžkov

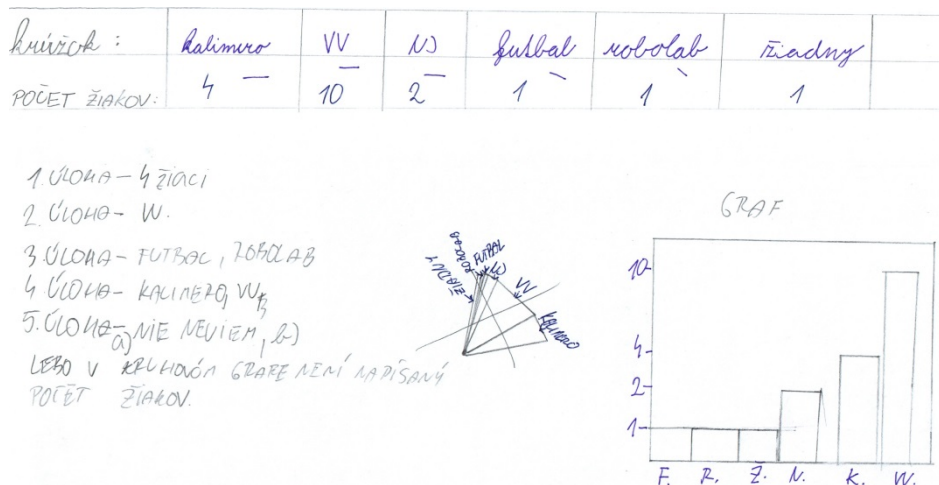


Obrázok 9



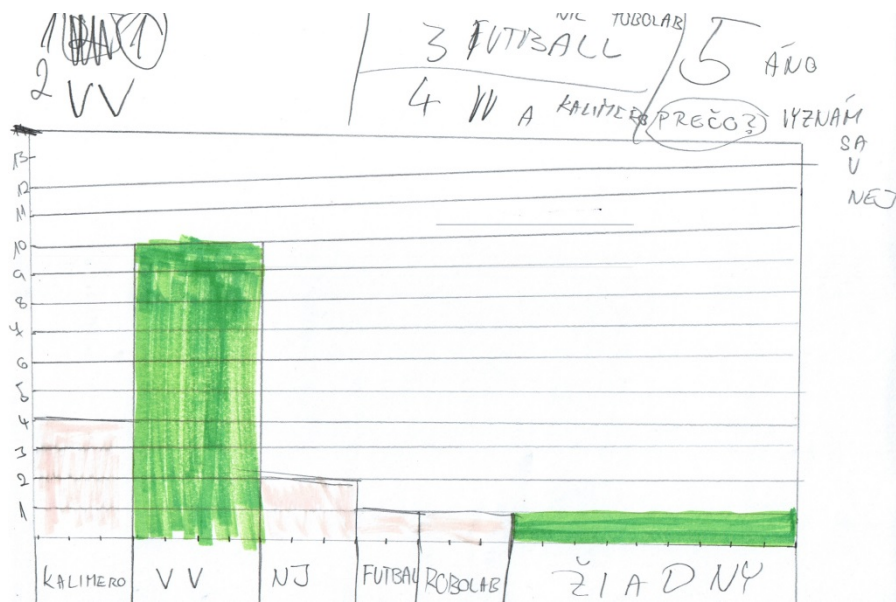
Obrázok 10

Na obrázkoch 7 až 10 sú riešenia žiakov, ktorí si zvolil kruhový diagram. Reprezentácia údajov je zobrazená grafom, ktorý nie je vhodne zvolený. Na obrázkoch 7 a 9 sú v grafe napísané aj číselné údaje, takže je možné z grafu vyčítať počty, na obrázku 9 však chýba legenda ku grafu, preto nie je možné priradiť údaj k sledovanému znaku. V obrázku 8 je kruh rozdelený na 19 výsekov a vyfarbené sú počty výsekov prislúchajúce k jednotlivým krúžkom. Silné nedostatky sú najvýraznejšie v analýze a interpretácii údajov. Ani jeden z týchto žiakov neodpovedal správne na prvú otázku.



Obrázok 11

Na obrázku 11 je riešenie, v ktorom si žiak najprv chcel zvoliť kruhový diagram, na ktorý sa potom odvoláva v odpovedi na piatu otázku veľmi zaujímavou, no nesprávnou argumentáciou.

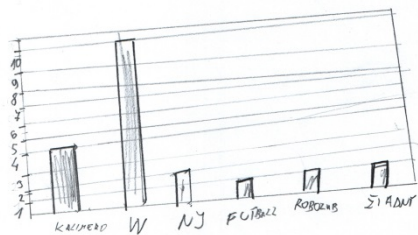


Obrázok 12

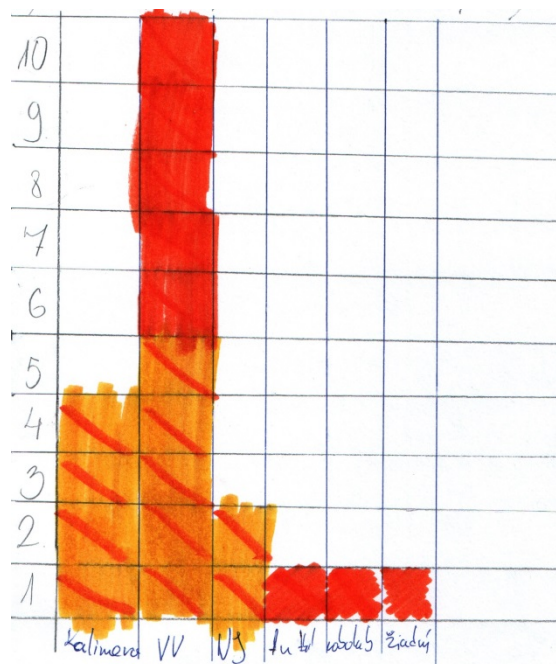
Na obrázku 12 je už len stĺpcový diagram, ktorý je okrem nepresnosti pri rysovaní čitateľný. V nesprávnej argumentácii na piatu otázku sa žiak odvoláva na to, že sa vo svojej tabuľke vyzná. V oboch prípadoch (obrázky 11,12) bola nesprávna aj odpoveď na prvú otázku. Najväčšie nedostatky teda opäť vidieť v analýze a interpretácii údajov.

1. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20.

| KRÚŠOK | POČET ŽIAKOV |
|----------|--------------|
| KALIMERO | 4 |
| VV | 10 |
| NJ | 2 |
| FUTBAL | 1 |
| ROBOLAB | 1 |
| ŽIADNY | 1 |

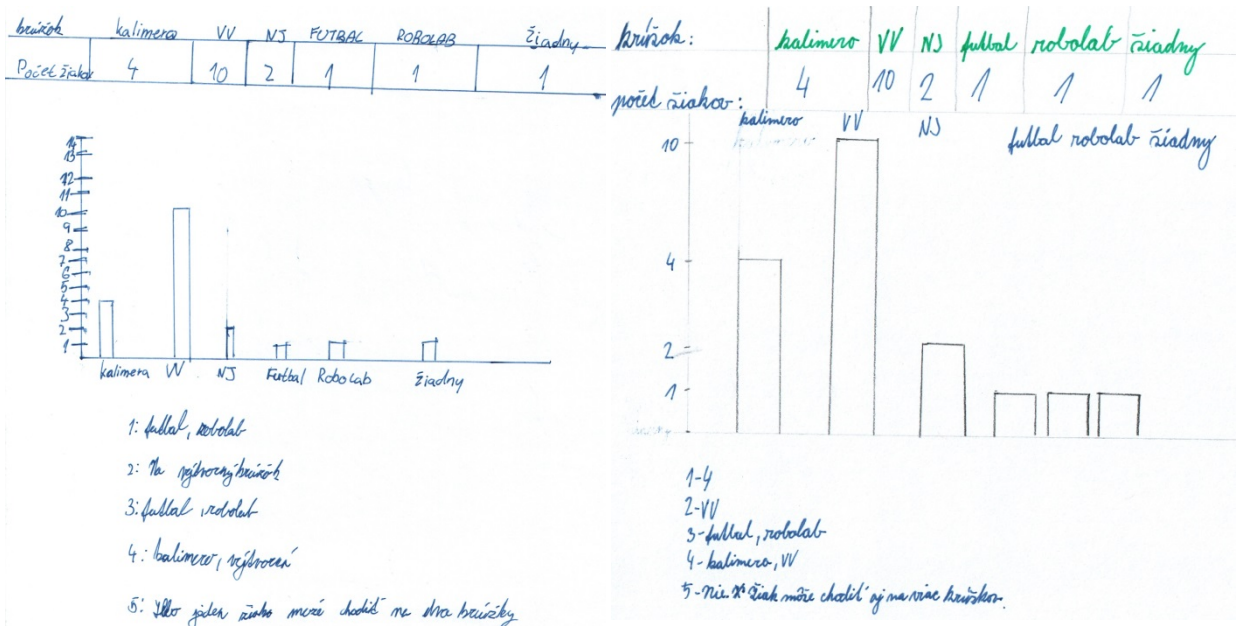


1. 5
 2. VV
 3. FUTBAL, ROBOLAB, ŽIADNY
 4. KALIMERO, VV
 5. 14, lebo májsje w sruku 14

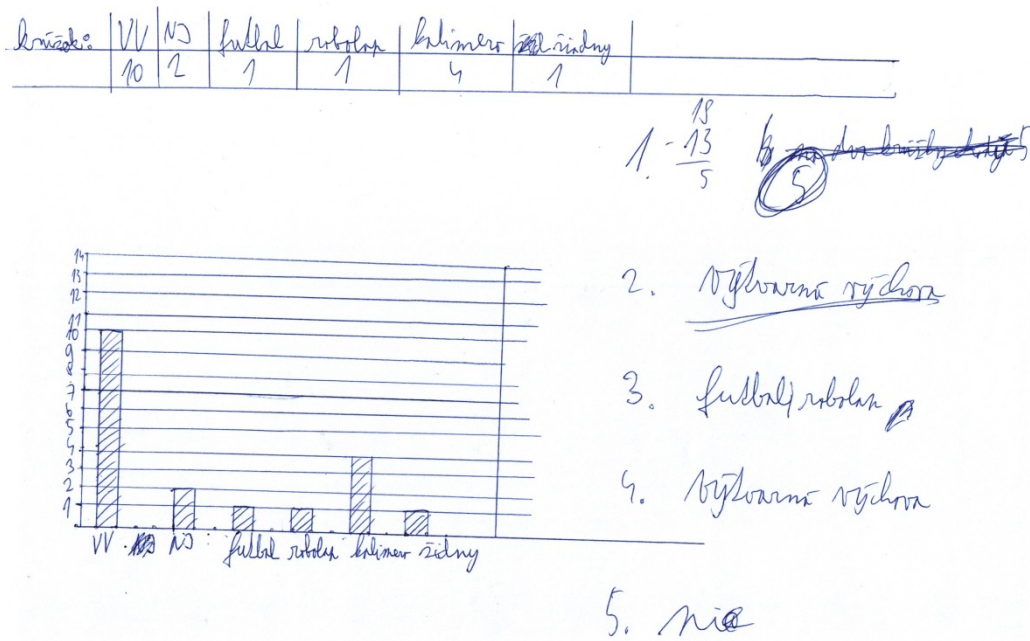


Uchrať: w 2 kružky chodia 2deaja
 2. Vytavhá vŕolcom
 3. Futbal, robolab
 4. kalimero, VV
 5. ~~14~~! Neuvážje aguoet žiakow wie

Obrázok 13

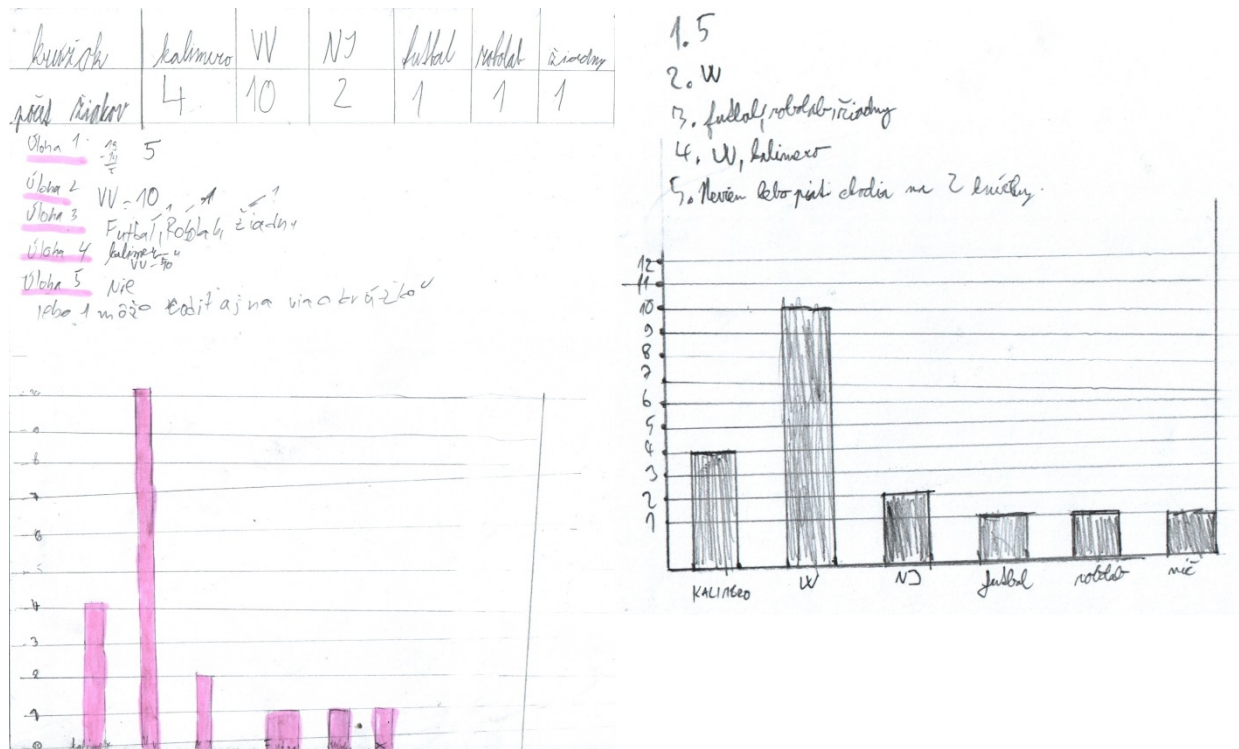


Obrázok 14



Obrázok 15

Na obrázku 13 sú dve riešenia, v ktorých na pravom obrázku už je správna odpoveď na prvú otázku. Na obrázku 14 už graf čitateľnejší, v riešení na pravej strane však chýbajú v grafe priradené názvy jednotlivých krúžkov. V riešení na ľavej strane zas žiak zrejme nepozorne prečítal zadanie prvej otázky. V riešení zobrazenom na obrázku 15 chýba argumentácia k piatej otázke, i keď je správne zodpovedaná. Nedostatok opäť pripisujem nepozornosti.



Obrázok 16

Obrázok 16 zobrazuje dve najúplnejšie správne žiacke riešenia, ktoré sú vzhľadom na ročník postačujúce.

ZÁVER

V štátnom vzdelávacom programe je problematike štatistiky venovaného viac priestoru než v predchádzajúcom období. Z hľadiska schopnosti aplikovať vedomosti v praktickom živote je tematický okruh *Riešenie aplikačných úloh a úlohy rozvíjajúce špecifické matematické myslenie* veľmi dôležitý. Žiakom chýba schopnosť argumentovať svoje tvrdenia. Toto je možné odstrániť postupne. V piatom ročníku je možné použiť rôzne obmeny toho istého jednoduchšieho príkladu pre uvedenie si potreby a osvojenie si spôsobu usporiadania a zjednodušovania. V piatom ročníku by žiak mal byť schopný zostrojiť jednoduchý stĺpcový diagram a čítať z neho potrebné údaje. Mal by tiež byť schopný argumentovať odpovede na jednoduché otázky týkajúce sledovaného javu pomocou tabuľky, či grafu.

Úlohu riešenú žiakmi hodnotím celkovo ako zvládnutú na dobrej úrovni. Pri ďalšej diskusii žiaci sami zistili nesprávnosť svojich tvrdení. Štatistika žiakov celkovo zaujala, ale riešia radšej úlohy, v ktorých majú už zhotovený graf, s ktorým pracujú.

ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY

Bálint, L., Balúchová, A., Černek, P. a kol. 2010. Štátny vzdelávací program: Matematika. Bratislava : Štátny pedagogický ústav. 2010, 45 strán, dostupné na http://www.statpedu.sk/files/documents/svp/2stzs/isced2/vzdelavacie_oblasti/matematika_isced2.pdf, citované dňa 8. 5. 2013.

Kubáček, Z., Černek, P., Žabka, J., 2008. Matematika a svet okolo nás, zbierka úloh, Vydavateľstvo Mgr. Pavol Cibulka. 200 s. ISBN 978 – 80 – 969950 – 1 – 1.

Assesing Scientist Reading and Mathematical Literacy: A Framework for PISA 2006. dostupné na <http://www.oecd.org/edu/school/assessingscientificreadingandmathematicalliteracyaframeworkforpisa2006.htm>, citované dňa 8. 5. 2013.

Jones, G. A., Thornton, C. A., Langrall, C. W., Mooney, E. S., Perry, B., & Putt, I. J. (2000). A Framework for Characterizing Children's Statistical Thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(4), 269-307.

László, B. a kol. : Zvyšovanie kľúčových matematických kompetencií žiakov : zbierka príkladov pre piaty ročník na CD ROM / Béla László a kol. - Nitra : UKF, 2010. - 110 s. - ISBN 978-80-8094-747-7.

Žitný, R. a kol.: Matematika. Zvyšovanie kľúčových matematických kompetencií žiakov základných škôl. : zbierka problémových situácií z bežného života pre 6. ročník / Rastislav Žitný a kol. - Nitra : UKF, 2012. - 100. - ISBN 978-80-558-0030-1.

ADRESA AUTORA

PaedDr. Eva Pindesová
ZŠ A. Kmeťa
Ul. M. R. Štefánika 34
Levice
eva.pindesova@gmail.com