

EXPERIMENT NA HODINÁCH MATEMATIKY

MÁRIA GREGUŠOVÁ

ABSTRAKT

Tento článok som sa rozhodla napísať po absolvovaní kurzu Objavné vyučovanie na vyššom sekundárnom vzdelávaní v rámci projektu PRIMAS. Jeho cieľom je vyprovokovať čitateľa – učiteľa matematiky (aj učiteľa iných vyučovacích predmetov), zamyslieť sa nad metódami, ktoré používa pri svojej práci. V jednotlivých častiach sa snažím vysvetliť rozdiely medzi transmisívnym a konštruktivistickým spôsobom výučby, zamyslieť sa nad príčinami prevládania transmisívneho vyučovania na našich školách a nahliadnuť do stratégií objavného vyučovania a matematického experimentu ako nevyhnutnosti a súčasť progresívneho novodobého vyučovania, ktorý si vyžaduje rýchly technický rozvoj a reťazový nárast informácií (používané postupy matematického experimentu sú prepracované známymi didaktikmi matematiky). V poslednej časti prikladám postrehy z experimentov. Mojou snahou je okrem uvedených skutočností vyvolať záujem učiteľov o objavné vyučovanie a svojimi návrhmi sa snažím prispieť k rozšíreniu možností používania prvkov konštruktivismu vo výučbe.

ÚVOD

Ľudstvo disponuje kolosálnym množstvom informácií. Každých 40, 50, alebo 60 rokov niečo rastie rýchlejšie ako všetko ostatné a v súčasnosti je to množstvo informácií.

„Čo sa dá s informáciami robiť? Je možné ich prenášať v priestore, tomu hovoríme komunikácia. Je možné ich prenášať v čase, tomu hovoríme uskladnenie, a je možné ich využívať, meniť ich význam, tomu hovoríme práca s informáciami“, uviedol Martin Hilbert

Človek už od útleho veku komunikuje, uskladňuje nadobudnuté informácie, ktoré v prípade potreby využíva, mení ich význam - spracováva ich.

Pri riešení aktuálnych náročných úloh v praxi jednotlivец nemá šancu vyriešiť dané úlohy ako celok, nastupuje tímová práca, niekedy spolupracujú experti z rôznych krajín.

Z uvedených trendov v spoločnosti si môžeme právom klásť otázku, či v rámci prípravy mladej generácie nám budú stačiť v blízkej budúcnosti zaužívané metódy a postupy vo výchovno-vyučovacom procese?

1 KONŠTRUKTIVISTICKÉ PRÍSTUPY K VYUČOVANIU V MATEMATIKE

„Konstruktivizmus“ v psychologických a sociálnych vedách, je smer druhej polovice 20. storočia, ktorý zdôrazňuje aktívnu úlohu človeka, význam jeho vnútorných predpokladov a dôležitosť jeho interakcie s prostredím a spoločnosťou.“ (Hartl, Hartlová 2000, s. 271)

O konštruktivizme a jeho prednostiach vo vyučovaní sa v didaktike matematiky hovorí asi od 80. rokov minulého storočia, napriek tomu jeho princípy zostávajú skôr v rovine teoretickej ako praktickej. Pre konštruktivistické prístupy k vyučovaniu matematiky je príznačné *„aktívne vytváranie častí matematiky v mysli žiaka. Podľa povahy žiaka môže byť podkladom pre takú konštrukciu otázka alebo problém zo sveta prírody, techniky alebo matematiky samotnej“* (Kuřina 2002b).

Zásadnú rolu hrá motivácia, lebo bez motivácie možno ťažko očakávať od žiaka či študenta aktivitu. Žiak, či študent, *„ktorý nebude k učeniu motivovaný, si žiadnu poznatkovú štruktúru nevybuduje, a ani budovať nezačne, lebo k tomu je treba jeho aktivita“* (Kuřina 2002b). Motivačne by mali pôsobiť i samé otázky a problémy, ktoré sú študentom predkladané, prípadne, ktoré navrhnu študenti sami.

M. Hejný a F.Kuřina (1998, 2001) pretvárajú všeobecný konštruktivistický prístup k vyučovaniu matematiky. Formulujú pritom desať zásad, ktoré popisujú ich poňatie vyučovania matematiky (s. 160 -161, zásady sú skrátené):

1. *Matematika je chápaná ako špecifická ľudská aktivita, nie ako jej výsledok.*
2. *Podstatnou zložkou matematickej aktivity je hľadanie súvislostí, riešenie úloh a problému, tvorba pojmu, zovšeobecňovanie tvrdení, ich preverovanie a zdôvodňovanie.*
3. *Poznatky sú neprenosné, vznikajú v mysli poznávajúceho človeka.*
4. *Tvorba poznatku sa opiera o skúsenosti poznávajúceho.*
5. *Základom matematického vzdelávania je vytváranie prostredia podnecujúceho tvorivosť.*
6. *K rozvoju konštrukcie poznatku prispieva sociálna interakcia v triede.*
7. *Dôležité je použitie rôznych druhov reprezentácie a štruktúrne budovanie matematického sveta.*
8. *Značný význam má komunikácia v triede a pestovanie rôznych jazykov matematiky.*
9. *Vzdelávací proces je nutné hodnotiť minimálne z troch hľadísk: porozumenie matematiky, zvládnutie matematického remesla, aplikácie matematiky.*
10. *Poznanie založené na reprodukcii informácií vedie k pseudopoznaniu, k formálnemu poznaniu.*

Pri riešení problému môžeme prirodzene sprostredkovať všetky potrebné informácie, vysvetľovať pojmy, odkazovať na poznatky v príručkách a encyklopédiách, ale *„všetko v službách rodiacej sa*

matematiky v duševnom svete žiaka.“ Konštruktívne vyučovanie môže teda obsahovať transmisiu celých partii, môže obsahovať inštrukcie k riešeniu typických úloh. (Kuřina 2002b. s.6)

Realistický konštruktivizmus síce zdôrazňuje nutnosť riešenia problému a problémových situácií pre poznávanie jedinca, ale hovorí aj explicitne o čerpaní podnetov z okolitého sveta a sprostredkované z učebníc a ďalšej literatúry, prípadne prostredníctvom výpočtovej techniky a internetu. Ved' nie všetko sa dá vymyslieť, k učeniu potrebujeme i informácie.

„Všetky konštruktivistické koncepcie vyučovania majú jedno spoločné – tvrdia, že poznanie jedinca je založené na jeho aktivite. Chápu učenie ako aktívny proces, v ktorom si žiaci konštruujú svoje vedomosti, žiak musí dostať príležitosť s učivom pracovať. Pre aktivitu žiaka je však potrebná aj zvlášť motivácia, ako prvý predpoklad úspešného poznávacieho procesu. Zdôrazňujeme tzv. vnútornú motiváciu. (napríklad, že percento označujeme %) Hlbšie poznanie ako „čo je percento“, či „k čomu je percento užitočné“ by však už malo vznikáť v žiakovom vedomí jeho vlastnou konštrukciou.“ (Hejný, Stehlíková 1999, s.33)

„K aktívnemu prístupu k učeniu možno žiakov podnecovať rôznymi spôsobmi. Ak im ponúkame činnosti, pri ktorých budú prácu opravovať a kontrolovať sami (buď svoju vlastnú, alebo vzájomne) a pri ktorej budú potrebovať vyhľadať niektoré informácie sami z rôznych zdrojov. Povedieme ich k aktívnemu experimentovaniu a k tomu, aby využívali svoje skúsenosti. Ak učiteľ zaujme postoj pomocníka a sprievodcu, podporuje žiakov, aby prevzali za vlastné učenie zodpovednosť.“ (Petty, 1996)

2 Z KONŠTRUKTIVISTICKEJ KONCEPCIE SA ZRODILA

MYŠLIENKA OBJAVNÉHO VYUČOVANIA

Zaradenie experimentovania v predmetoch chémie alebo fyzika je väčšinou samozrejmé. Objavovanie vo vyučovaní matematiky však už tak jednoznačné nie je. Myslím si, že príčina je hlavne v malej skúsenosti učiteľov s touto stratégiou a v nedostatočnom prístupe k materiálom, ktoré by učiteľovi pomohli pri príprave vhodných tém a situácií a nedostatočné množstvo experimentátorských úloh vo vyučovacom procese na stredných školách.

„Objavovanie v matematike je založené na riešení úloh. Zahrňuje také procesy, ako je napr. hľadanie súvislostí, interpretovanie, formulovanie úloh, získavanie a záznam dát, rozhodovanie, formulovanie a testovanie hypotéz, odôvodňovanie, abstrahovanie, komunikovanie. Súčasne podporuje individualizáciu vyučovacieho procesu a umožňuje zohľadniť rôzne učebné štýly žiakov.“ (Mareš 1998)

„Objavovanie v matematike patrí spravidla medzi aktivity pre žiakov motivujúce a zábavné. Vedie ich k porozumeniu látky a k využitiu doterajších znalostí a skúseností. Podnecuje ich, aby vnímali učenie ako činnosť, ktorú konajú oni sami a za jej výsledky sú taktiež sami zodpovední. Zaradenie objavovania do vyučovania matematiky je účinným didaktickým prostriedkom pre rozvoj znalostí a zručností žiaka (a to nielen v matematike). Avšak bez podrobného porozumenia procesu objavovania je nádej na to, že príslušná výuková jednotka splní očakávania učiteľov i žiakov, malá.“ (Novotná 2004)

Heuristika je myšlienková aktivita vytvárajúca pomerne nedokonalé (čiastočné) argumenty, ktoré stimulujú myšlienkové pochody dotvárajúce konečný zámer (riešenie).

Heuristika môže byť pravidlo „vycucané z prsta“

3 ROLA UČITEĽA A ŽIAKA, KOMUNIKÁCIA, OBJAVNÉ VYUČOVANIE AKO PROSTRIEDOK, NIE AKO CIEĽ.

Na školeniach o objavnom vyučovaní sme sa oboznámili so stupňami objavného vyučovania

Primar
 VÝCHOVÁ A VZDELÁVACIA
 INŠTITÚCIA SR
 ŠKOLNÝ ZÁKLAD
 ŠKOLNÝ ZÁKLAD

Klasifikácia vyučovacej hodiny podľa Fradd a kol. (2002)

Stupeň IBL	Výber problému, kladenie otázok	Plánovanie prístupu riešenia	Implementácia	Výsledok		Opis a interpretácia výsledkov	Aplikácia
				Kontrola práce	Analýza dát		
0	Učiteľ	Učiteľ	Učiteľ	Učiteľ	Učiteľ	Učiteľ	Učiteľ
1	Učiteľ	Učiteľ	Učiteľ/ študent	Učiteľ	Učiteľ	Študent	Učiteľ
2	Učiteľ	Učiteľ	Študent	Učiteľ/ Študent	Učiteľ/ Študent	Študent	Učiteľ
3	Učiteľ	Učiteľ/ Študent	Študent	Študent	Študent	Študent	Študent
4	Učiteľ/ Študent	Študent	Študent	Študent	Študent	Študent	Študent
5	Študent	Študent	Študent	Študent	Študent	Študent	Študent

Piaty stupeň klasifikácie vyučovacej hodiny podľa Fradd a kol. považujem na strednej škole za nezrealizovateľný. Myslím si že podľa teórie konštruktivismu, z ktorého objavné vyučovanie vychádza je prostriedkom vo vyučovacom procese, nie jeho cieľom, a učiteľ v ňom zohráva dôležitú úlohu. (v tomto prípade je nedostatočný aj čas 45 min na jednu vyučovaciu hodinu)

Bolo by zaujímavé pozorovať, ako by študenti matematiky na pedagogickej fakulte, vytvorili otvorenú neštruktúrovanú úlohu na piatom stupni IBL (ich vyučovací čas môže byť aj dlhší ako jedna vyučovacia hodina na strednej škole), napríklad na cvičeniach z didaktiky matematiky

„Kľúčová rola býva v konštruktivistickom vyučovaní prisudzovaná učiteľovi.“ Y.Bertrand (1998) upozorňuje, že ústredné miesto má síce vlastná činnosť jedinca, ale nemôže byť ponechaný len sám na seba.

„V obmedzenom čase vyučovania nie je prakticky žiadna možnosť, že žiak zvládne všetko sám, ak nie je uvedený do zámerne pripravených situácií..., ak nemá k dispozícii isté množstvo významných prvkov (dokumenty, experimenty, argumenty) a ak nedostal istý počet formálnych postupov (symboliku, grafy, schémy, či modely), ktoré môže pri svojom postupe používať.“ (Bertrand 1998, s.75)

To však neznamená, že učiteľ iba predáva žiakom hotové a utriedené poznatky. M. Hejný a N. Stehlíková (1999, s. 33) charakterizujú jeho rolu takto:

„Učiteľ, ktorý je vedený snahou maximálne prispieť k formovaniu žiakovej osobnosti, obzvlášť k jeho kognitívnemu a metakognitívnemu rastu, nepredkladá žiakovi hotové kusy poznania, ale ukazuje mu cesty, ktorými sa on sám k takémuto poznaniu môže dopracovať. Odkrýva žiakovi svoj intímny vzťah k matematike a predkladá mu problémy, pri ktorých riešení môže žiak zažiť krásne chvíle poznávania pravdy. Je ochotný vypočuť si žiakove rozprávanie o jeho ceste k hľadaniu riešenia, vie mu byť dobrým partnerom v diskusii, ale hlavne vie spolu s ním prežívať žiakovu radosť, ktorá sprevádza každý nový objav. Žiakovi, ktorý nevie s problémom pohnúť, ktorý pri opakovane neúspešných pokusoch prepadá beznádeji, vie ponúknuť doplňujúce otázky i rady, vie mu dodať vieru a sebadôveru. Vedie žiakov k tomu, aby si každý z nich skonštruoval svoj vlastný, autentický obraz matematického sveta vybudovaný na vlastných skúsenostiach.“

Na učiteľovi záleží, či bude úloha, či problém predložený konštruktivisticky alebo nie, on musí rozhodnúť, ktorý spôsob prezentácie je pre žiakov v danej chvíli najlepší. V konštruktivisticky vedenej výuke vedie učiteľ so žiakmi diskusiu a umožňuje triede i jednotlivému žiakovi v triede kognitívny rozvoj.

Konštruktivistický prístup k vyučovaniu matematiky považujeme za prirodzený spôsob poznávania matematického sveta. Učiteľ v roli sprievodcu predkladá žiakom rôzne problémové situácie a ten sám procesom zovšeobecňovania a abstrakcie vlastných skúseností konštruuje poznatky všeobecnejšie a abstraktnejšie. Avšak nájst také primerané úlohové prostredie pre žiakov, aby ich motivovalo k práci a zároveň aby v ňom prebiehal proces učenia sa, je jedným zo základných didaktických problémov. *„Základom matematického vzdelávania konštruktivistického typu je vytváranie prostredia podnecujúceho tvorivosť. Nutným predpokladom toho je tvorivý učiteľ a dostatok vhodných podnetov (otázky, úlohy, problémy) na strane jednej a sociálna klíma triedy podporujúca tvorivosť na strane druhej.“* (Hejný, Kuřina 2001.)

„Učiteľ by mal v škole rozvíjať „know-how“ svojich žiakov, ich schopnosť argumentovať a podporovať ich tvorivé myslenie.“ (preklad, Polya 1996)

4 PREČO NIE „ČISTÉMU TRANSMISÍVNEMU“ VYUČOVANIU?

Učenie bez myslenia je márne a zbytočné. Konfucius

Ak si predstavíme konštruktivistické vyučovanie ako jeden pól spektra, na opačnej strane budeme hovoriť o transmisívnom vyučovaní. V stručnosti ide o vyučovanie zamerané na výkon žiaka skôr ako na rozvoj jeho osobnosti. Učiteľ sa v transmisívne vedenej výuke snaží predať žiakom a študentom už hotové znalosti v dobrej viere, že toto je najľahšia a najrýchlejšia cesta k poznaniu. Žiak je videný v roli pasívneho príjemcu a ukladateľa vedomostí do pamäti, bez toho aby sa kládol dôraz na ich vzájomné prepojenie. Z. Kalhous aj. (2002, s. 49) zmieňujú metaforu skladu: *„V transmisívnom poňatí akoby vyučovanie bolo podobné pridávaniu tovaru (znalostí) do skladu (žiačkovej mysli), kde príliš nezáleží, čo sa deje v susedných oddeleniach skladiska“* transmisívny spôsob výkladu, ktorý má charakter inštrukcie, nazývame inštruktívny.

Rolu učiteľa v transmisívnej výuke možno zhrnúť takto:

„Učiteľ v roli trénera vedie zverencov k podaniu maximálneho výkonu pri životne dôležitej skúške. Cvičí žiaka v riešení typových úloh, ktoré je možné na skúškach očakávať, ukazuje mu triky, ktorými môže riešenie zľahčiť, či urýchliť. Častým opakovaním vstúpuje do žiakovej pamäte presné formulácie definícií, viet, niekedy i dôkazov. V snahe uľahčiť žiakovi učenie hľadá cesty, ako jednotlivé poznatky a poznatkové celky nahustiť do dobre zapamätateľných inštrukcií, poučiek, vzorcov, grafov, tabuliek, schém, obrázkov, prehľadov, návodov a sloganov. Vie, že matematické vedomosti značne zaťažujú žiakovu pamäť, a preto sa snaží ich skladovým spôsobom žiakovu pamäť trochu odľahčiť.“ (Hejný, Stehlíková 1999, s. 31)

Rola žiaka v tomto type vyučovania je obmedzená. Požaduje sa od neho, aby sa predkladané fakty nielen naučil, ale aby si ich aj osvojil a utvrdil, tj. aby ich vedel rýchlo a bezchybne aplikovať na štandardné úlohy, alebo aby ich vedel presne odriekať, hlavne vtedy, keď to potrebuje. J. Mareš túto rolu charakterizuje takto:

„V prípade transmisívneho vyučovania je žiak v závislom postavení, učiteľ zastáva rolu experta, direktívnej autority, trénera. ... Zvýrazňujú sa nedostatky v žiakovom výkone, počíta sa s jeho nesamostatnosťou, potláča sa jeho odpor, odmeňuje sa úsilie, snaha prispôsobiť sa, podriaďiť sa. Centrom učiteľovho záujmu býva učivo, nie žiak a jeho rozvoj.“ (Mareš 1998, s.165, podľa G.O.Growa, 1991)

„Vážnym nedostatkom transmisívneho vyučovania matematiky je kladenie dôrazu na vstrebávanie celého radu poznatkov a algoritmických zručností a malá pozornosť venovaná ich tvorivému využívaniu ako v matematike, tak aj mimo nej. Využívať matematiku znamená určiť, kedy, kde a ako použiť poznatky, ktoré má užívateľ (a to nielen žiak) k dispozícii. To vyžaduje, aby tvoril, formuloval a konštruoval modely, jazyky, budoval pojmy a združoval ich, využíval svoje predchádzajúce skúsenosti, diskutoval o svojich zisteniach.“ (Jarmila Novotná 2004, s 381)

Dodajme, že transmisívne vyučovanie býva zdrojom formálneho poznávania. Na druhej strane F. Kuřina upozorňuje, že transmisívny prístup môže vyučovací proces vhodne dopĺňovať (viz citát F. Kuřiny, s 14). Podobne Z Kalhous aj. (2002) nestavajú nutne transmisiu a konštrukciu do opozície, ale považujú transmisiu za nutnú pre fakty, ktoré preberáme bez konštrukcie.

„Dodajme, že toto stanovisko je odpoveďou na námietky proti radikálnemu konštruktivismu, ktorému vytýkajú príliš veľký dôraz na zábavu a podceňujú precvičovanie a pamäťové učenie.“ (Průcha aj. 2001)

„Týmto sú vymedzené dva prístupy k vyučovaniu v matematike, konštruktivistický a transmisívny. Pritom sme sa dopustili veľkého zjednodušenia, a to preto, aby vynikli rozdiely medzi oboma pólmi, realita vyučovania je spravidla niekde medzi nimi a je úlohou učiteľa, aby odhadol, aká miera „konštruktivistickosti“, či „transmisívnosti“ je pre daný okamžik vhodná.“ (Novotná 2004)

	Polaritný dipól	Konstruktivistické vyučovanie	Transmisívne vyučovanie
1	Hodnota poznania	kvalita	kvantita
2	motivácia	vnútorná	vonkajšia
3	Trvanlivosť poznania	dlhodobá	krátkodobá
4	Vzťah učiteľ - žiak	partnerský	submisívny
5	klíma	dôvery	strachu
6	Nositeľ aktivity	žiak	učiteľ
7	Činnosť žiaka	tvorivá	imitatívna
8	Poznatok žiaka	produktívny	reproduktívny
9	Nosná otázka	ČO a PREČO?	AKO?

Tab. 1.1 Porovnanie transmisívneho a konštruktivistického vyučovania (Hejný, Stehlíková 1999, s.33)

5 PREČO V NAŠICH ŠKOLÁCH PREVLÁDA TRANSMISÍVNE VYUČOVANIE?

Väčšina učiteľov by so mnou určite súhlasila v nasledujúcich argumentoch, určite by pridali aj ďalšie:

- Žiak je v priebehu klasifikačného obdobia hodnotený známku za písomný i ústny prejav zahrňujúci obsah učiva podľa osnov, štandardov a cieľov vzdelávania a na konci klasifikačného obdobia, opätovne na základe priebežných polročných výkonov, hodnotený opäť známku (v predmetových komisiách býva často dohodnutý počet známok, ktorý žiak za klasifikačné obdobie má minimálne mať, podľa počtu vyučovacích hodín v týždni, minimálne jedna ústna odpoveď).
- Pri ukončení základnej školy sú jeho matematické vedomosti a zručnosti testované v Testovaní 9 a prijatie na strednú školu môže byť podmienené vykonaním písomnej skúšky, ktorá je zameraná väčšinou na vedomosti a zručnosti.
- Pri ukončení strednej školy maturitnou skúškou absolvuje žiak externú skúšku, v ktorej sú uzavreté úlohy s voľbou odpovede, prípadne zápisom presného výsledku (vôbec sa neprihliada na postup) a internú skúšku zameranú na zistenie úrovne „zvládnutia“ obsahových štandardov, cieľov a kompetencií študentom.
- Prijatie na vysokú školu môže byť podmienené absolvovaním testu alebo písomnej skúšky opäť zameranej na transmisívne nadobudnuté vedomosti a zručnosti.
- Osnovy, štandardy a tematické plány sú obsahovo náročné, často sa počet hodín redukuje vplyvom rôznych akcií uskutočňovaných počas školského roka. Konštruktivisticky realizované

vyučovanie je podstatne náročnejšie na čas realizácie ako klasicky transmisívne vedené vyučovanie.

- Veľký počet žiakov v triedach. Vyučovacia hodina s prvkami objavného vyučovania sa ťažko realizuje v triede s bežným počtom žiakov (okolo 30), pričom súbežne s výchovno-vyučovacím procesom prebieha aj hodnotiaci proces, ktorý je pri danom počte žiakov a spôsobe hodnotenia na našich školách tiež časovo náročný.
- Učiteľ odučí za deň 5 niekedy aj 6 až 7 vyučovacích hodín, ktoré môžu byť z rôznych predmetov (väčšina učiteľov učí dva vyučovacie predmety) a v osemročných gymnáziách aj rôzne vekové kategórie. Jeho ďalšie aktivity sú: triednicke povinnosti, krúžková činnosť, práca s talentovanými žiakmi v predmetových olympiádach a súťažiach, administratívna práca, opravovanie písomných prác, príprava na ďalšie vyučovanie a v neposlednej miere komunikácia so študentom alebo jeho rodičmi.
- Po reforme školstva, v roku 2008, sa objavil problém chýbajúcich učebníc. Učiteľ, okrem bežnej práce na hodine, musí venovať čas zapisovaniu, triedeniu základných pojmov, prípadne príprave a kopírovaniu rôznych úloh.
- Príprava na transmisívnu vyučovaciu hodinu je časovo neporovnateľná s prípravou na hodinu s prvkami objavného vyučovania. Vhodné spracovanie jednej neštruktúrovanej úlohy na jednu až dve vyučovacie hodiny trvá niekoľko hodín, prípadne dní alebo aj týždňov. Zaraďovanie problémových úloh a aplikácií v praxi, tvorba prezentácií a úloh pomocou matematického softvéru sú všetko činnosti podnecujúce objavovanie, ale ich vyhľadávanie, prípadne tvorba sú časovo veľmi náročné.
- V neposlednej miere je slabá finančná motivácia.
- Niektorí učitelia nemajú svoje povolanie ako jediný zdroj príjmov.
- Vysoké školy s pedagogickým zameraním zatiaľ svojich absolventov na konštruktivistický spôsob vyučovania nepripravujú.
- Nedostatok neštruktúrovaných -otvorených úloh otestovaných na slovenských školách (metodicky vypracovaných), ktoré by sa mohli vhodne do vyučovania zaradiť.

6 NAPRIEK TÝMTO ARGUMENTOM JE POTREBNÉ NIEČO UROBIŤ, ABY NAOZAJ AJ V SLOVENSKEJ BUDÚCNOSTI PLATILO:

„Žiaci už nebudú chápaní ako objekty poučovania, ale ako subjekty vlastného učenia sa.“(preklad Wittmann 1997)

1. Prvou „lastovičkou“ je projekt PRIMAS a testovanie otvorených úloh vo vyučovaní učiteľmi kurzu ďalšieho vzdelávania učiteľov Objavné vyučovanie na vyššom sekundárnom vzdelávaní.
2. Tvorba nových otvorených úloh, didaktických hier a súťaží, metód práce.
3. Propagácia objavného vyučovania v učiteľskej komunite i verejnosti.

4. Zapojenie tvorivých učiteľov do tvorby objavného vyučovania formou získavania kreditov (napríklad za publikáciu experimentálne overenej a metodicky spracovanej objavnej úlohy), prípadne finančného ohodnotenia za publikáciu takejto úlohy v rámci projektu PRIMAS.

5. Vytvorenie portfólia na internete pre učiteľov, ktorí by sa chceli venovať objavnému vyučovaniu a vytváraniu databázy vhodných objavných úloh a skúseností s ich zaraďovaním do vyučovacieho procesu.

6. Najdôležitejšou podmienkou zaradenia prvkov objavného vyučovania do vyučovacieho procesu na našich školách je dostatok financií (čo je v našom školstve najväčší problém).

Tento proces bude zdĺhavý, objavnému vyučovaniu sa musia učiť nielen učители ale aj žiaci.

7 AKO SA UČITEĽ MÔŽE UČIŤ OBJAVNÉMU VYUČOVANIU? SEBAREFLEXIA

Súčasťou prípravy učiteľa pre zaradenie objavovania do konkrétneho vyučovania je experiment (otvorená úloha, neštruktúrovaná úloha). Najskôr ho učiteľ musí realizovať „sám na sebe“ (výhodou by boli metodicky rozpracované úlohy a ich možnosti zaradenia do výuky). Napriek tomu ho žiaci svojimi originálnymi nápadmi často môžu prekvapiť. Učiteľova vlastná skúsenosť pomáha odbúrať často sa objavujúce obavy učiteľov, že sa im výuková sekvencia „vymkne z rúk“, že nesplnia to, čo oni sami očakávali a pre čo ju pripravili, alebo žiaci objavia niečo, na čo učiteľ nevie zaujať stanovisko. Preto je potrebné, aby učiteľ poznal mechanizmy procesu objavovania. V nasledujúcom texte je popísaný model procesu objavovania v matematike, pričom sa vychádza z rozdelenia procesu do niekoľkých etáp podľa Jarmily Novotnej.

MODEL RIEŠENIA EXPERIMENTU.

Model je určený hlavne na to, aby sa učiteľovi zjednodušila príprava a realizácia výukovej jednotky

- *(Nesystematické) poznávanie situácie*, ktoré môže prebiehať individuálne, v malých skupinách alebo v celej triede. V tejto etape sú nesystematicky získavané skúsenosti súvisiace so zadanou situáciou. Je to etapa nezastupiteľná, pretože v jej priebehu riešitelia získavajú aspoň čiastočný pohľad do situácie a môžu odhaliť efektívny spôsob ďalšej práce.
- *Systematické skúmanie*. V tejto etape sú výsledky zaznamenávané organizovanou formou, ktorá umožňuje ľahšie nachádzať zákonitosti, vzájomné vzťahy, štruktúru.
- *Tvorba hypotéz*. Sem patrí zovšeobecňovanie výsledkov na viac prípadov, než bolo skúmané v predchádzajúcich etapách, alebo predpovedanie výsledkov pre ďalšie prípady.
- *Testovanie hypotéz*. Hypotézy vyslovené v predchádzajúcej etape vyžadujú overenie správnosti. To môže prebiehať buď formou hľadania/nájdenia vhodného protipríkladu (ktorý hypotézu vyvracia), alebo jej (rôzne podrobným, v závislosti na veku a schopnostiach žiakov často neúplným) odôvodnením.
- *Vysvetľovanie alebo dokazovanie*, ktoré robíme vždy, či sa platnosť hypotézy podarilo overiť, alebo vyvrátiť. V tejto etape sa môže stať, že žiaci v nadväznosti na hypotézu objavia, prípadne navrhnu ďalšiu hypotézu, ktorú zatiaľ neskúmali. Potom sa často vracajú k predchádzajúcej etape a pracujú s novo formulovanou hypotézou.

- *Rozvinutie situácie*, kedy možno sledovať ďalšie súvisiace úlohy a smery skúmania. Táto etapa často nebýva samostatná, ale prelína sa všetkými ostatnými etapami.
- *Zhrnutie*, pri ktorom sa písomnou alebo ústnou formou prehľadne uvádza, čo bolo získané v predchádzajúcich etapách, ako by bolo možné ďalej pokračovať, čo zostalo nedokončené a prečo apod. Táto etapa by mala u žiakov podporovať schopnosť systematicky zhrnúť získané poznanie a pomocou tohto prehľadu docieľiť lepší pohľad do problematiky. Súčasne podporuje kritický pohľad na dosiahnuté výsledky a schopnosť jasne formulovať myšlienky a obhajovať vlastný názor.

Rozdelenie riešiteľského procesu do etáp je rozdelenie teoretické, modelové, nie je to „predpísaný postup“. V skutočnosti môže riešiteľ niektoré etapy úplne vynechať, nemusí dodržiavať poradie etáp, môže sa k niektorým opakovane vracáť apod. Niekedy sa strácajú hranice medzi jednotlivými etapami.

Pri objavnom vyučovaní rozlišujeme rôzne druhy úloh.

Jarmila Novotná popisuje priebeh matematického experimentu veľmi výstižne:

Plne otvorená úloha má formu popisu situácie, žiakovi je ponechaná voľnosť vyhľadávať rôzne čiastkové úlohy na základe ich vlastného rozhodnutia. Naopak uzavreté zadanie môže mať formu podrobného návodu na postup zadaného napr. formou otázok alebo konkrétnych úloh a vymedzenie požadovaných výsledkov. Otvorené úlohy podporujú tvorivosť a samostatné rozhodovanie žiakov, môžu však viesť k väčšej šírke skúmanej oblasti, než bolo vzdelávacím cieľom učiteľa. Môžu byť taktiež zdrojom neistoty pre žiakov, ktorí nemajú v matematike mnoho úspechov a potom je úlohou učiteľa, aby túto neistotu vhodným spôsobom zmiernil, napr. vhodne voleným systémom návodov a postupným uzatváraním situácie. Úlohou návodu je pomôcť žiakovi pokročiť pri riešení jeho úlohy, nie mu detailne a presne vymedziť jednotlivé kroky jeho ďalšej práce. Návody môžu mať písomnú formu, alebo môžu byť formulované ústne priamo pri skúmaní situácie. Dôležité je, aby jazyk, ktorým sú žiakom prezentované, odpovedali ich úrovni. Úlohou rozšírenia skúmanej situácie je získať nové motivujúce podnety pre tých žiakov, ktorí postupujú pri objavovaní situácie rýchle a úspešne a základná situácia pre nich nie je dostatočne motivujúca. Opäť závisí na konkrétnej situácii, akou formou sú rozšírenia zadávané, ktorým smerom je žiak navádzaný a do akej miery sú tieto rozšírenia otvorené.

ORGANIZÁCIA A REALIZÁCIA EXPERIMENTU.

Pri prvých kontaktoch so skúmanou situáciou je vhodné voliť niektoré čiastkové úlohy, ktoré žiakom pomôžu sa so situáciou zoznámiť. Tieto úlohy by mali byť jednoduché, rýchle zvládnuteľné, aby ich mohli úspešne splniť všetci žiaci. Pokiaľ sa učiteľovi podarí na začiatku zaradiť úlohy, v ktorých žiaci s veľkou pravdepodobnosťou získajú nejaké výsledky, má to výrazne motivujúci charakter. Medzi základné informácie, s ktorými je treba žiakov pri začatí činnosti zoznámiť, patrí: doba trvania, typy činností (individuálna, skupinová apod.), kto a ako bude výsledky hodnotiť. Najčastejšie využívaný spôsob začiatku práce pri matematickom skúmaní je vstupné spoločné zoznámenie sa so situáciou, vyriešenie niektorých ľahších čiastkových úloh. Potom môže nasledovať buď individuálna práca v škole i mimo školu alebo skupinová práca. Ak riešia žiaci rovnaké úlohy, má to zrejme výhody: spoločné podklady pre diskusiu, ľahšie zhodnotenie výsledkov, získanie spoločného základu pre ďalšie rôznorodé úlohy.

Pri vhodnom zaradení návodov učiteľ podnecuje žiakov, aby získali hlbší pohľad do situácie a tým podporuje ich objaviteľské aktivity. Úspešné sa ukázalo zaradenie diskusie o riešení v malých skupinách žiakov skôr, než sú im návody dané k dispozícii. Pokiaľ žiaci dostanú návody príliš skoro, mnohí z nich sa na ne spoliehajú a nerozvíjajú konštruktívnym spôsobom svoje poznanie. Ak po nejakej dobe, za ktorú sa žiak snaží situáciu spracovať, nemá zodpovedajúce výsledky, je prospešné, keď si od neho nechá učiteľ najprv vysvetliť, ako postupoval. Ak ani toto vysvetlenie nevedie k pokroku, je vhodné žiakovi pomôcť niektorým vhodným návodom.

PRÁCA UČITEĽA PRI EXPERIMENTE.

Skúsenosti z experimentov i z diskusií s učiteľmi potvrdili, že príprava učiteľa na zaradenie objavovania do hodín matematiky je náročná. Je potrebné, aby učiteľ začínal aktivitu s jasnou predstavou o cieľoch, ktoré zaradením skúmania sleduje, hlavne o tom, čo by mali žiaci pri tejto aktivite získať. Ak sa učiteľ zoznámí so situáciou, na ktorej je aktivita založená, čo najpodrobnejšie pred jej zaradením do konkrétneho vyučovania, umožní mu to lepšiu spoluprácu so žiakmi, zjednoduší mu to konzultačnú činnosť i usmerňovanie činnosti jednotlivých žiakov alebo skupín tak, aby bolo možné dosiahnuť plánované ciele.

Celkovo možno povedať, že systematické skúmanie otvorenej situácie nevyžaduje od žiakov iba aplikovanie naučených algoritmov. Žiaci musia napríklad rozhodovať, aké otázky budú klásť, akými prostriedkami budú hľadať odpovede, aké formy argumentácie použijú. Pritom môžu odhaľovať aj také vlastnosti matematických objektov, ktoré nie sú súčasťou bežného vyučovania v matematike.

Ďalším predpokladom aktívneho prístupu žiaka sú podnety, ktoré dostane a ktoré by mali viesť k jeho samostatnej, či skupinovej matematickej práci. Zásadnú rolu tu hrá učiteľ, jeho schopnosť predkladať problémy, riadiť prácu triedy, vedieť správne klásť otázky, reagovať na žiakovu prácu, chyby a otázky.

Aby objavovanie mohlo splniť výukové, motivačné a sociálne ciele, je potrebné, aby aj učiteľ porozumel procesu objavovania. Model procesu objavovania by mal byť pre učiteľa „vodítkom“ pri príprave a realizácii výukových sekvencií.

Hodina s uvádzaným experimentom kladie vysoké nároky na učiteľa nielen po odbornej a didaktickej stránke ale aj intelektuálnej a psychickej.

8 OBJAVNÁ ÚLOHA – PRÍKLADY EXPERIMENTOV

„Skúsenosť je učiteľom všetkých vecí“ Caesar „...aj učiteľov“ (poznámka autora)

8.1 PRIMASOVSKÁ ÚLOHA „STROMY“

Túto úlohu som zaradila ako motivačnú k tématickému celku Štatistika. Experiment prebiehal podľa vopred stanovenej „primasovskej stratégie“. Žiaci prechádzali jednotlivými etapami tak ako to popisuje uvedená teória experimentu. Vytvorili zaujímavé a nápadité postery, a svoje riešenia prezentovali pred ostatnými študentami „ Primas triedy“. Spôsoby riešenia a výsledná vizuálna prezentácia boli rôznorodé, zaujímavé a podnetné. „Klíma“ v triede bola uvoľnená, zapojili sa skoro všetci žiaci. Najviac ma ale potešil fakt, že študenti si ľahšie osvojili pojmy: základný, výberový súbor, štatistická jednotka, štatistický znak, vedeli opísať čím sa zaoberá štatistika a konkrétne induktívna

štatistika (porovnávala som to s minuloročnými tretiakmi, s ktorými som podobnú úlohu neriešila).
Podrobnejší popis úlohy

8.2 PÁRNE A NEPÁRNE (Bastow aj., bez dátumu)

Skúmajte postupnosť čísel vytvorenú podľa nasledujúcich dvoch pravidiel:

Ak je číslo nepárne, je nasledujúce číslo je o jedno menšie.

Ak je číslo párne, je nasledujúce číslo jeho polovicou.

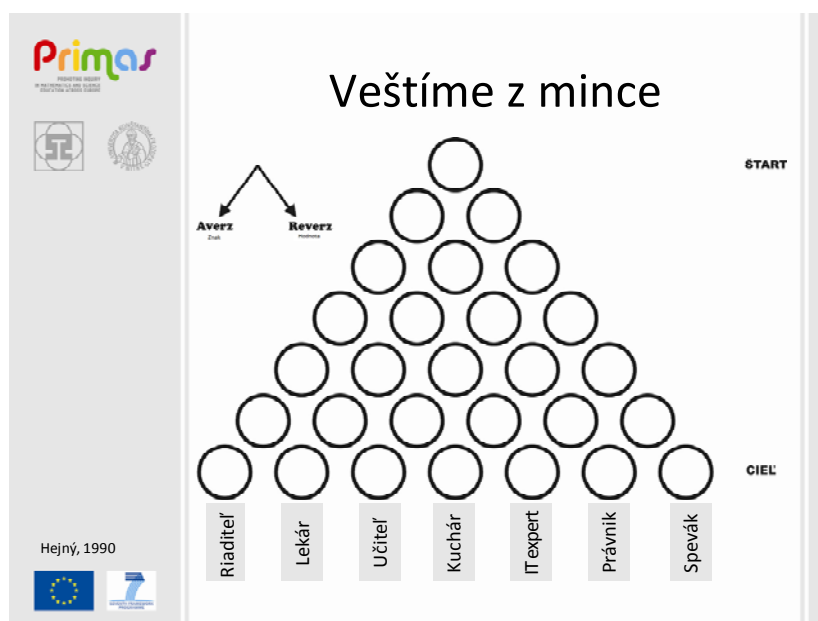
Napr. pre číslo 106 dostanete:.....

Podrobný popis experimentu možno nájsť v práci: Milan Hejný, Jarmila Novotná, Naďa Stehlíková:
Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky, 24.4.1. s. 360.

Táto úloha bola testovaná jednak na študentoch pedagogickej fakulty a žiakoch 7.ročníka ZŠ. Veľkou výhodou niektorých neštruktúrovaných úloh je že majú niekoľko úrovní, (dajú sa použiť pre rôzne vekové kategórie a rôzne matematicky vzdelaných experimentátorov). Ja, ako učiteľ, som si prešla popísanými etapami v procese objavovania, aj radosti z objavenia, a vedela by som si predstaviť zaradiť túto úlohu ako motivačnú pri vyučovaní postupností. Zaujímavé bolo, že pri skúmaní postupností som objavila aj úplne iné skutočnosti ako študenti. V budúcnosti by som si chcela vyskúšať, napríklad aj pri úlohe „párne a nepárne“ skupinovú techniku brainstorming (zákaz kritiky, možnosť predkladať i absurdné nápady, využívať nápady iných, pravidlo rovnosti, kvantita nápadov, pričom hodnotenie nápadov prichádza až na záver) prípadne brainwriting (kolovanie napísaných nápadov medzi účastníkmi skupiny). Veľkou výhodou skupinovej práce je pohodová atmosféra bez stresu s prvkami súťaživosti a hravosti, čo som pri skupinovej práci mala možnosť postrehnúť.

8.3 VEŠTÍME Z MINCE:

Veľmi ma zaujala úloha predstavovaná na našom kurze objavného vyučovania „Veštíme z mince“, ktorá sa dá veľmi pekne aplikovať pri výuke kombinatoriky alebo pravdepodobnosti a považujem ju za multifunkčnú a pritom pomerne jednoduchú.



Úloha by sa mohla zaradiť ako „otvorená“, najlepšie riešená na delenej hodine a v skupinách, v závere pravdepodobnosti (u nás v 3.ročníku) a zadaná iba obrázkom a textom: „Navrhni čo najviac úloh, podľa obrázku, ktoré ťa napadnú a navrhni aj ich riešenie. Čo ťa pri riešení zaujalo?“ Ak by niektoré skupiny postupovali rýchlejšie, mali by pripravené obálky s ďalšími úlohami: „Zmeň povolania na voliteľné predmety, alebo vysokú školu, snaž sa čo najrealistickejšie.“ (žiaci môžu v tvorivej diskusii získať pomocou spolužiakov lepší prehľad, aké šance majú dostať sa na vysoké školy, alebo aký je záujem o rôzne voliteľné predmety) „Zmeň povolania na niečo iné, prípadne zväčši počet políčok.“ „Zmenši počet políčok a vymysli úlohu pre žiaka ZŠ. Ako by si mu pomohol pri riešení?“ „ Vedel by si vymyslieť úlohu, v ktorej by si nehádzal mincu, ale cesta by bola volená podľa iného kritéria?, Skús zovšeobecniť typy úloh, ktoré si vymyslel.“ (napríklad pravdepodobnosť, že zo 6 súrodencov, bude 1 dievča). Experiment by mohol končiť prezentáciu objavených úloh a ich riešení a diskusiou. Cieľom by mala byť spätná informácia pre učiteľa o neformálnosti získaných poznatkov žiakov z tejto časti matematiky, rozvoj sociálnych kompetencií.

Pri využití tejto úlohy ako motivačnej v úvode kombinatoriky by som ju štruktúrovala. Najskôr by som žiakov nechala experimentovať s mincou, diskutovali by sme o ich objavoch. Tiež by mohli pracovať v skupinách. V tomto prípade sa postup učiteľa nedá a nemôže odhadnúť, pretože to závisí od reakcií a tvorivosti danej skupiny žiakov. Navodzujúce teoretické otázky by mohli byť: „Je počet hodov mincou rovnaký, ak sa dostanem na kuchára alebo riaditeľa? Ako by sa dal zapísať postup(cesta) na post riaditeľa, lekára?“ Vypíš možnosti! Cieľom by v tomto prípade mohlo byť vytváranie predstavy usporiadaných šestíc, prípadne k-tic, v ktorých sa vyskytujú iba dva prvky, čiže prvky sa opakujú. Ďalej by sa úloha dala zaradiť pri vyučovaní permutácií s opakovaním, hľadani vzťahu medzi permutáciami s opakovaním a kombináciami, Pascalovho trojuholníka i na úvod do pravdepodobnosti. Každé zaradenie experimentu má iný cieľ a teda i priebeh.

Ako bude prebiehať matematický experiment sa nedá presne odhadnúť (podobne ako pri inom experimente), treba ho zrealizovať so žiakmi a až po niekoľkých opakovaníach je možné ho didakticky spracovať a sprostredkovať iným. Aj žiaci nás môžu prekvapiť svojou originalitou, alebo aj sklamať nezaujmom.

9 ZÁVER

Technikám objavného vyučovania sa tvorivý učiteľ môže samostatne učiť v procese výuky ale i sprostredkované pomocou skúseností iných kolegov.

Vplyv mojej účasti na kurze o objavnom vyučovaní je dúfam „citelný“ z obsahu môjho článku, ale pridávam svoje poznatky zo záverečnej prezentácie:

1. Kamerovanie hodín mi umožnilo lepšie pozorovanie práce žiakov (nechávať dlhší čas žiakom na odpoveď, podnecovať ku komunikácii viac žiakov v triede), vlastnú sebareflexiu
2. Zamyslenie nad bohatším využívaním objavných prvkov vo výučbe: väčšia snaha nielen o sprostredkovanie informácií, ale podnecovanie žiakov k tvorbe definícií, vlastné formulovanie myšlienok, hľadanie súvislostí, tvorba záverov, hľadanie viacerých riešení danej úlohy, tvorba nových štruktúrovaných i neštruktúrovaných úloh
3. Snaha o hľadanie úloh v prepojení s inými predmetmi a viac aplikačných úloh z praxe
4. Využívanie nových metód práce: využitie GeoGebry, práca v dvojiciach, skupinách

ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY

Milan Hejný, Jarmila Novotná, Naďa Stehlíková. Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky. Praha 2004. Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta.

Gabriela Pavlovičová Janka Melušová, Soňa Čeretková, Lucia Rumanová, Šunderlík. Experimentujeme v elementárnej matematike. Nitra 2012: Katedra matematiky Univerzity Konštantína Filozofa v Nitre, Fakulta prírodných vied.

Ján Šunderlík, Janka Melušová. Objavné vyučovanie matematiky na vyššom sekundárnom vzdelávaní. Úvodná prezentácia

ADRESA AUTORA

RNDr. Mária Gregušová
Gymnázium
Párovská 1
949 01 Nitra
gregusova.marika@gmail.sk