POROVNANIE RIEŠENIA ŠTRUKTÚROVANÝCH A NEŠTRUKTÚROVANÝCH ÚLOH V MATEMATIKE

ERIKA MIKOVÁ

ABSTRAKT

V príspevku sa zaoberáme porovnaním riešenia štruktúrovaných a neštruktúrovaných úloh v rámci objavného vyučovania na vyučovacích hodinách matematiky. Každý typ úlohy má svoje výhody ako aj nevýhody a záleží na celkovej klíme a aktivite žiakov akým spôsobom sa učiteľ rozhodne danú problematiku žiakom priblížiť.

ÚVOD

„Nie je nič mocnejšie, ako myšlienka, ktorá prichádza v pravý čas"

V. Hugo

Objavné vyučovanie je založené na snahe vyvolať záujem o riešenie akejkoľvek praktickej alebo teoretickej úlohy u žiaka. Zameriava sa na vzdelávanie aj ako na rozvíjanie sociálnych komunikačných kompetencií. Žiak využíva svoje získané vedomosti a skúsenosti. Žiaci pracujú v skupinách, rozhodujú o procesoch a navzájom si pomáhajú – diskutujú, učia sa aktívne, navzájom sa počúvať, zvažovať rôzne názory a prijímať kompromisy pri riešení úloh. Zo strany učiteľa je potrebné klásť dôraz na efektívne kladenie otázok, na poskytnutie dostatočného času na premyslenie si odpovede žiaka.

Súčasťou vyučovania je aj častejšie zaraďovanie reálnych problémov, ktoré žiaci musia zjednodušiť, namodelovať ako matematickú situáciu, vybrať pre riešenie vhodné vedomosti, aplikovať ich na riešenie úlohy a overiť si, či je ich zvolený postup vhodný, postačujúci a vystihujúci všetky možnosti riešenia.

SKÚSENOSTI S OBJAVNÝM VYUČOVANÍM

V našom príspevku predostrieme porovnanie dvoch vyučovacích hodín z našej skúsenosti, v ktorých si môžeme uvedomiť jednotlivé odlišnosti tradičného transmisívneho prístupu a pokus o konštruktivistický prístup pomocou objavného vyučovania. Z vyučovacej hodiny bol zhotovený videozáznam, na ktorom sme mohli sledovať ako sa jednotliví žiaci pracujú zapájajú sa do diskusie. Analýza uvedeného videozáznamu bola aj základom reflexie na odučenú hodinu, ktorá je podkladom pre naše porovnanie.

1 VYUČOVACIA HODINA REALIZOVANÁ KLASICKÝM SPÔSOBOM

Tematický celok: Vektorová algebra – Sústava súradníc v rovine a v priestore
Žiaci sa na predchádzajúcej hodine naučili základné pojmy: orientovaná úsečka, veľkosť orientovanej úsečky, reálny násobok orientovanej úsečky, sústavy súradníc na priamke, v rovine a v priestore.

Téma hodiny: Určovanie súradníc stredu úsečky

Úloha 1: Nájdite stred úsečky AB, ak je daný bod A [0;0] a bod B [4;3].

Epizóda 1 - Prepis vyučovacej hodiny *(časť diskusie medzi žiakmi a učiteľom ako riešiť zadanú úlohu)*

Učiteľ: Nájdite stred úsečky. Ako ho začneme hľadať?
Žiak 1: Súradnice sú [2;1,5]
Učiteľ: Ako ho budeme hľadať?
Žiak 1: Polovica zo zadaných súradníc
Učiteľ: Ako by sme ich našli ?
Žiaci: Súčtom, rozdielom.
Učiteľ: Kto má pravdu? Skúsme nájsť stred tejto úsečky na obrázku. Akým spôsobom ho nájdeme?
Žiaci: Kružidlom, od oka. ***(** Návrhy žiakov – nájsť súradnice stredu úsečky na základe doterajších vedomostí).*
Učiteľ : Skúste nájsť stred úsečky AB.
Učiteľ : Chceme určiť jeho súradnice. *Učiteľ ponechá čas na rozmýšľanie žiakom, aby sa mohli všetci zapojiť do diskusie (3s)*
Žiaci: Pomocou kolmíc na osi
Žiak pracuje na tabuli
Učiteľ: Napíš súradnice.
Žiak 2 : S[1,5;2]
Učiteľ: Ostatní skontrolujeme. Ustúp a pozrime sa na to. *(smiech žiakov - v čom bol problém?)*
Žiaci: Povedal súradnice v opačnom poradí, ale napísal ich v správnom poradí.
Učiteľ: Čo sme využili pri hľadaní ? *(3s)*
Žiaci vyjadrujú svoje názory: Geometriu – konštrukciu stredu úsečky. Polohu bodu v súradnej sústave.

Odvodenie vzorca na výpočet súradníc stredu úsečky

Epizóda 2 *(časť diskusie medzi žiakmi a učiteľom ako riešiť zadanú úlohu)*

Učiteľ: Nájdite stred orientovanej úsečky. Navrhnite postup hľadania stredu, ako ho nájdeme?
Žiak 1: Rozdielom. *(2-5 s)*
Žiak 2: Musí to byť súčet.
Žiak 1: Polovica zo zadaných súradníc.
Žiak 3: Spočítame x-ové súradnice a vydelíme 2, spočítame y-ové a zopakujeme. *(obrázok 1)*

Obrázok 1

Žiaci pracujú v zošitoch
Učiteľ: Skúsme to aplikovať na zadanú úloh – *spoločné riešenie so žiakmi*, na základe toho, čo už viete odvoďme vzťah
Učiteľ: Zapisuje v spolupráci so žiakmi na tabuľu všeobecne platný vzorec, ktorý odvodili žiaci

$$S\,[\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}]$$

Žiaci si zopakovali a použili už nadobudnuté vedomosti pri riešení úlohy – „Hľadanie stredu úsečky" .
Spoločnou diskusiou sa dopracovali k všeobecne platnému vzťahu pre výpočet súradníc stredu úsečky.
Pri ďalších výpočtoch žiaci pracovali samostatne v zošite a jeden žiak riešil zadanú úlohu na tabuľu. Úlohou žiakov bolo porovnať si a skontrolovať riešenie na tabuli a v prípade potreby opraviť vzniknutú chybu.
Podľa reakcií žiakov a zápisov v zošitoch možno konštatovať, že žiaci učivo pochopili pre úsečku umiestnenú v rovine a na domácu úlohu mali premyslieť túto istú problematiku, ale zadanú v priestore.

1.1 APLIKÁCIA ZÍSKANÝCH VEDOMOSTÍ NA RIEŠENIE ÚLOH

Získané vedomosti majú pre žiakov význam vtedy, ak ich vedia aplikovať na zadanú teoretickú alebo praktickú úlohu. Nasledovalo teda riešenie úloh, pri ktorých mohli žiaci využiť už získané poznatky na predchádzajúcej vyučovacej hodine.

Zadanie úlohy : Vypočítajte súradnice bodu R úsečky BR, ak viete, že bod B má súradnice B[4,-1,5] a stred úsečky S má súradnice S[2,3,-4].

Epizóda 1 (*Prepis časti vyučovacej hodiny* **)**
Učiteľ: Poďme využiť to čo poznáte.
Žiak 1: Pôjdeme pomocou vzorca.
Žiak 2: Narysujeme to .
Učiteľ: Skúsme to narysovať. Čo poznáme? Aké bude mať súradnice bod R ? *(2-4s)*
Žiak 1: Spravíme z toho rovnicu.
Žiak rieši na tabuľu
Učiteľ : Vysvetli svoj postup riešenia.
Žiak 1: Vysvetľuje postup riešenia.

Učiteľ : Zapíš všeobecne.
Žiak 1: Riešim rovnicu s 1 neznámou.
Učiteľ : Ďalšie nápady? *(3s)*
Žiak 3: Narysovať a odmerať.

1.2 ZOVŠEOBECNENIE RIEŠENIA PROBLÉMU

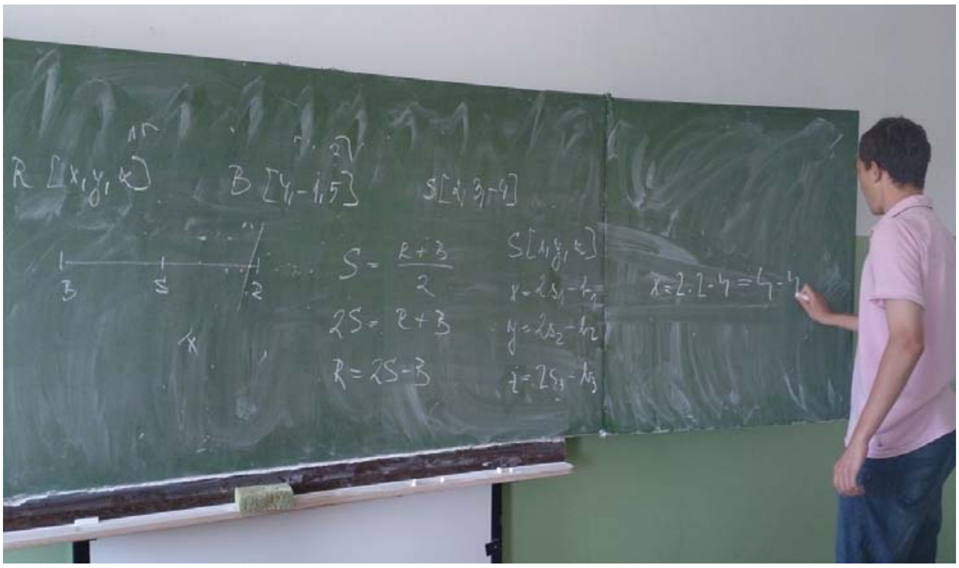
Pri rozvíjaní kompetencií žiaka je potrebné viesť žiakov nielen nachádzať konkrétne riešenia zadaných úloh, ale aj nájsť všeobecne platné pravidlo (vzorec) pre riešenie zadanej úlohy.

Epizóda 2 (*Prepis časti vyučovacej hodiny* **)**

Učiteľ: Navrhnite všeobecný tvar riešenia. Ako vypočítame súradnicu ktoréhokoľvek krajného bodu?
Žiak 1: Navrhne matematický tvar (nie je dobre vyjadrený).
Učiteľ: Zapíš riešenie na tabuľu. Zapíš vyjadrenie niektorého bodu.
Žiak 1: *Žiak napíše vzťah*
Učiteľ: Máš to dobre? Pomôžme mu. *(3-5s)*
Žiak 2: *Opraví chybu* (odčítanie)
Žiak 1: Pomýlil som si to s násobením.
Žiaci si poznačia správny tvar pre výpočet (zapísaný pomocou bodov) :

$S = \frac{R+B}{2} \longrightarrow \quad R = 2S - B$ *(obrázok 2)*

Riešenie úlohy : Hľadáme súradnice bodu R[x,y,z], ak bod B má súradnice B[4,-1,5] a stred úsečky S má súradnice S[2,3,-4].
x = 2.2 – 4 = 0, y = 2.3 + 1 = 7, z = 2.(-4) – 5 = -13
Bod R má súradnice [0,7,-13].



Obrázok 2

1.3 RIEŠENIE ÚLOH NA TABUĽU A PRÁCOU V SKUPINÁCH

Žiaci si precvičili riešenie súradníc stredu úsečky – spoločné riešenie. Spoločnými vedomosťami a zručnosťami sa dopracovali k všeobecne platnému vzťahu pre výpočet súradníc chýbajúceho bodu, ak poznajú súradnice jedného z bodov a súradnice stredu zadanej úsečky.
Prácou v skupinách (2-členné) **riešili problém (orientácia v priestore)** – určovanie súradníc vrcholov telies (ihlan, kocka), určených v danej symetrii. Žiaci mali k dispozícii 2 modely telies, aby si ich mohli symetricky umiestniť, a tak ľahšie určiť jednotlivé súradnice vrcholov symetrického telesa

Zadanie úlohy : Daný je pravidelný štvorboký ihlan ABCDV tak, že A[4,0,0], B[4,6 ,0], C[0,6 ,0], V [2,3 ,5]. Určte súradnice vrcholu ihlana, ktorý je s daným ihlanom súmerný v súmernosti určenej: a)stredom V (hlavného vrcholu), b) stredom A (vrcholu podstavy), c) osou x

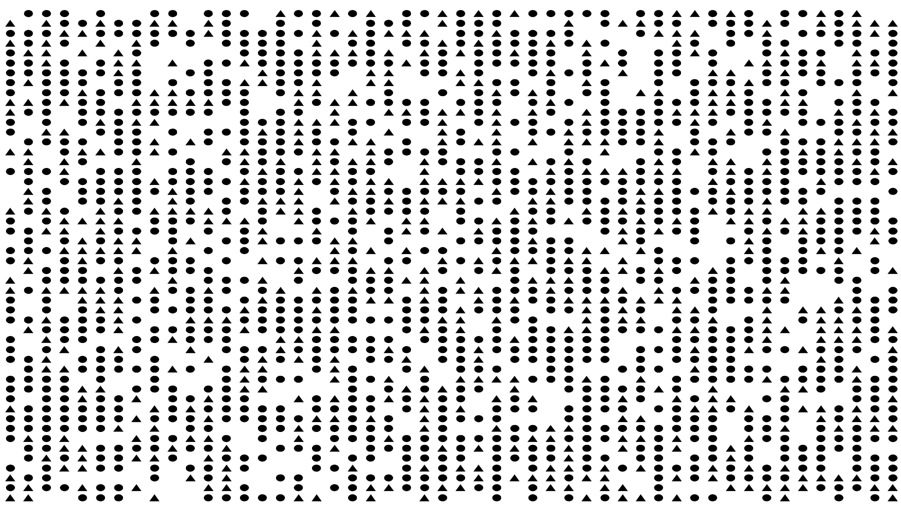
Žiaci reagovali rôzne, nakoľko nie každý má rovnako dobrú priestorovú predstavivosť, a preto mali k dispozícii modely telies a vo dvojici si pomáhali pochopiť a vyriešiť zadané úlohy.

2 RIEŠENIE NEŠTRUKTÚROVANEJ ÚLOHY „POČÍTAME STROMY“

Pri neštruktúrovaných úlohách si žiaci musia sami navrhnúť riešenie úlohy, ktoré nie je šablónovité, t.j. nemôžu použiť ”všeobecne platný vzorec”. Musia aplikovať získané vedomosti na riešenie praktickej úlohy - musia si vybrať reprezentatívnu vzorku alebo vytvoriť hypotézu a predpoklady pre riešenie úlohy, riešiť úlohu, interpretovať, prezentovať a zhodnotiť svoje riešenie.

2.1 VYUČOVACIA HODINA REALIZOVANÁ SKUPINOVOU PRÁCOU

Zadanie úlohy :
Schéma zobrazuje stromy na určitom území. *(obrázok 3)*
Staré stromy sú znázornené kruhmi ●, mladé stromy sú znázornené trojuholníkmi ▲.
Tomáš chce vedieť, koľko je starých stromov a koľko mladých stromov, ale podľa neho by trvalo príliš dlho, kým by ich spočítal po jednom



Obrázok 3

1. Akú metódu by mohol Tomáš použiť, aby čo najpresnejšie odhadol počet starých stromov a počet mladých stromov? Navrhnutú metódu podrobne popíšte.
2. Svoju metódu použite na odhadnutie počtu:
   a)starých stromov, b)mladých stromov.
3. Riešenie napíšte do pracovného listu.

2.1.1 *Prvé oboznámenie sa s úlohou*

Každý žiak dostal pracovný list a napísal svoj návrh na riešenie tejto úlohy. Jednotlivým žiakom k ich návrhu riešenia boli napísané otázky, o ktorých by mal ešte uvažovať pri riešení úlohy (*možno povedať, že žiak bol svojím spôsobom usmerný v uvažovaní).*
Sledovali sme:

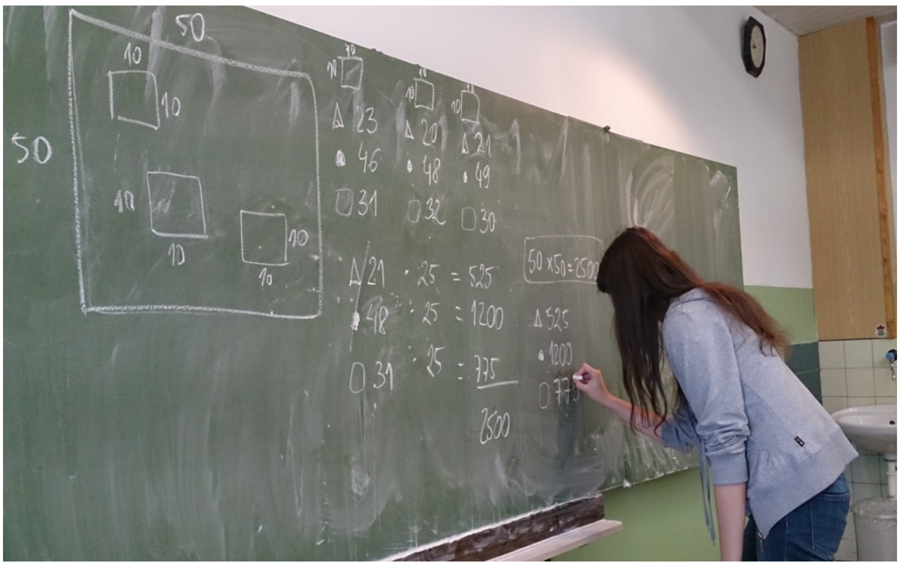
- Úvahu o voľbe vhodnej vzorky (vzoriek) tak, aby bola reprezentatívnou pre riešenie zadanej úlohy.
- Úvahu o zvolenej metóde riešenia úlohy.
- Samotné riešenie úlohy.

Žiaci boli rozdelení do skupín tak, aby sa stretli v skupine rôzne názory na riešenie úlohy.

2.1.2 *Riešenie úlohy v skupinách*

Úlohou žiakov bolo prediskutovať svoje názory a dohodnúť sa v skupine na spoločnom riešení úlohy – opis vhodnej metódy výberu vzorky, ktorá zohľadní všetky požiadavky na riešenie úlohy. Navrhnúť ako by si skontrolovali svoj odhad, ktorý uskutočnili na základe svojho predpokladu (uviesť podľa možnosti všetky predpoklady riešenia). Pripraviť riešenie tak, aby ho skupina mohla prezentovať pri tabuli spolužiakom. Dokázala si obhájiť a zdôvodniť svoje riešenie a odpovedať na otázky svojich spolužiakov.
Pri riešení tejto úlohy bolo nutné sledovať :

- Voľbu vhodne zvolenej reprezentatívnej vzorky (vhodne zvolená metóda riešenia úlohy).
- Analýzu jednotlivých vzoriek (analyzovanie riešenia úlohy).
- Zdôvodnenie a interpretácia riešenia.
- Prezentácia riešenia a diskusia (obrázok 4).



Obrázok 4

2.1.3 *Postrehy z realizácie hodiny*

Práca v skupinách žiakov zaujala.

- V skupine žiaci diskutovali o svojich názoroch a návrhoch na riešenie úlohy, analyzovali svoje riešenia.
- Porovnávali výsledky, ku ktorým by sa rôznymi postupmi dopracovali.
- Pokúsili sa vytvoriť odhad a skontrolovať si ho.
- Svoje stanoviská a názory potrebovali zjednotiť tak, aby sa dopracovali k spoločnému riešeniu.

- Nie každý člen skupiny sa rovnako podieľal na výsledku, a preto je ťažko hodnotiteľná.

Realizácia riešenia neštruktúrovanej úlohy je možná len občas, na oživenie práce a na lepšiu motiváciu žiakov pri riešení praktických úloh.
Je časovo náročná na prípravu vyučovacej hodiny a na následné usmernenie jednotlivcov.

3 Porovnanie uvedených hodín

3.1 Štruktúrované úlohy

V súčasnosti sa vo vyučovacom procese najčastejšie používajú štruktútované úlohy, nakoľko ich riešenie je jednoznačné, predpokladá použitie jednotného system riešenia – určitú šablónu, ktorá vedie k utvrdzovaniu a systematizácii učiva. Na základe skúseností by sme mohli uviesť nasledovné pozitíva a negativa využitia štruktúrovaných úloh

Pozitíva:
- Jednoznačne položená otázka.
- Využitie vedomostí získaných na vyučovaní
- Získavanie zručností (upevňovanie a precvičovanie) - vytvorenie určitého systemu a utriedenia získaných poznatkov.
- Jednoznačná odpoveď – jednoznačná spätná väzba.
- Jednoznačné hodnotenie (známkou, percentuálným hodnotením).

Negatíva:
- Upriamenie pozornosti žiaka na riešenie problému v samotnom zadaní úlohy (resp. práve preberaným učivom).
- Vyučovanie sa uskutočňuje podľa zadaných inštrukcií – málo sa využíva samostatné uvažovanie žiakov pri riešení úloh.
- Úlohy sú často málo prepojené s praxou, riešia teoretický matematický problém.

3.2 Neštruktúrované úlohy

Neštruktúrované úlohy majú žiakov podnietiť k logickému uvažovaniu a využívaniu získaných teoretických vedomostí v praktickom živote. V súčasnosti je možné ich použiť na oživenie vyučovacích hodín, ale ak majú byť efektivné je potrebné žiakov viesť a učiť riešiť úlohy takéhoto typu od prvého ročníka základnej školy.

Pozitíva:
- Rozvíjanie kompetencie –uplatňovať matematické myslenie a čítanie s porozumením. *(Vyjadrenie vlastného názoru na riešenie)*
- Analýza problému – postupuje podľa zvolenej Metódy, vyberá vhodnú reprezentatívnu vzorku.
- Navrhnutie riešenia problému – tvorba hypotézy, predpokladov riešenia, príprava argumentácie, prezentácia a zdôvodnenie riešenia.

Negatíva:
- Problém s hodnotením žiakov (*hodnotiť nápad, hodnotiť zvolenú metódu, hodnotiť schopnosť dôvodenia, prezentácie.*
- Vytvorenie mylnej predstavy žiaka *(ak ju učiteľ neobjaví včas žiak si utvrdzuje nesprávny záver)*
- Diskusia pri riešení úlohy sa môže odkloniť od podstaty riešenia úlohy

Záver

Pri objavnom vyučovaní by sme žiakov mali viesť k tomu, aby pracovali ako "matematici" alebo "vedci". Pri tomto vyučovaní musia vedieť použiť nielen svoje predchádzajúce vedomosti, ale aj ďalšie procesy - ako je zjednodušovanie a štruktúrovanie komplexnejších problémov, systematické pozorovanie, meranie, triedenie, tvorba úsudkov, tvorba predpokladov, tvorba hypotéz, zavedenie vhodných premenných, experimentovanie, vizualizácia, objavovanie vzťahov a prepojení, argumentácia, interpretácia a prezentácia.

Prínos objavného vyučovania

•Žiakov môžeme veľmi **silne motivovať** Využiť teoretické vedomosti a poznatky.
•**Základom je kladenie otázok**, na ktoré si žiak musí hľadať odpoveď na základe už získaných vedomostí alebo odpozorovaných skutočností z bežného života.
•**Otázky môže formulovať učiteľ ale aj žiak**. Učiteľove otázky obyčajne sledujú nejaký cieľ, ktorý chce na vyučovacej hodine dosiahnuť pri objavnom spôsobe vyučovania. Žiakov je nutné **naučiť klásť zmysluplné otázky** .
•Viesť žiakov k **argumentácii** a k **zdôvodňovaniu** svojich riešení - podporovať rozvoj kľúčových kompetencií, ktoré žiaci využijú v reálnom živote, ako aj vo svojom ďalšom štúdiu.
•Robí matematiku prístupnejšou pre všetkých žiakov.

Nevýhody objavného vyučovania

•Menej snaživých žiakov upútajú len niektoré časti učiva.
•Časová náročnosť na riešenie úloh
•Pri triedach s 30 žiakmi ťažko „ustrážiteľné“ , aby sa každý žiak podieľal na riešení problému rovnakou mierou.
•Vedomosti nie sú dostatočne upevnené a systematicky utriedené.
•Overovanie vedomostí v súčasných pod mienkach je postavené na jednoznačnej odpovedi „žiak vie“, „žiak nevie“, resp. uvedená odpoveď je správna alebo nesprávna.
•Štátny vzdelávací program bol čiastočne postavený tak, aby umožnil uplatnenie objavného vyučovania, ale cieľové požiadavky na vedomosti žiakov na maturitnú skúšku zostali v pôvodnom rozšírenom rozsahu.

Uvedené závery sú mojím osobným názorom získaným počas dlhoročnej praxe vyučovania matematiky vzhľadom na požiadavky pri overovaní vedomostí žiakov.

ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY

Bušek, I., Mannová, B., Riečan, B., Šedivý, J. 1987. Bratislava : Slovenské pedagogické nakladateľstvo. 1987, 130 strán, prvé vydanie, schválené výmerom SÚKK-GR č. 172/I-1986

PRIMAS 2010, Modul 2, Neštruktúrované problémy - dostupné na www.primas.ukf.sk

PRIMAS 2010, Modul 6, Nadväzovanie a predchádzajúce vedomostí žiakov – dostupné na www.primas.ukf.sk

PaedDr. Erika Miková
Gymnázium
Golianova 68
949 01 Nitra
mikovae@gmail.com